# 11/2 — Steckbriefaufgaben

Lösen von Bestimmungsgleichungen (Koeffizientenbestimmung)

*Datum*

*14. Juni 2006*

1. Welche ganzrationale Funktion 3. Grades hat eine Nullstelle $x = 0$, ein lokales Maximum in $P_{\max}(-1|5)$ und eine Wendestelle bei $x_w = 1$?
   *Ausführliche Lösungshinweise:* Zunächst einmal schreibst Du die allgemeine Funktion 3. Grades auf:
   $$f(x) \;=\; a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$
   Dazu die ersten beiden Ableitungen (wegen der notw. Bedingungen für Extrema und Wendepunkte):
   $$f'(x) \;=\; 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c \qquad f''(x) \;=\; 6a \cdot x + 2b$$
   Und nun versuchst Du aus den gegebenen Informationen die Bestimmungsgleichungen aufzustellen:
   Nullstelle bei $x = 0 \Rightarrow f(0) \;=\; a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d \;=\; d \;=\; 0$
   Punkt $P_{\max}(-1|5) \Rightarrow f(-1) = a\cdot(-1)^3+b\cdot(-1)^2+c\cdot(-1)+d \;=\; -a+b-c+d \;=\; 5$
   ein lokales Maximum in $P_{\max}(-1|5) \Rightarrow f'(-1) \;=\; 3a \cdot (-1)^2 + 2b \cdot (-1) + c \;=\; 3a - 2b + c \;=\; 0$
   Wendestelle bei $x_w = 1 \Rightarrow f''(x_w) \;=\; f''(1) \;=\; 6a \cdot 1 + 2b \;=\; 6a + 2b \;=\; 0$

2. Welche ganzrationale Funktion 3. Grades hat an der Stelle $x = 0$ ein Extremum und im Punkt $W(2|0)$ einen Wendepunkt. Die zugehörige Wendetangente hat die Steigung -3/2.
   *Lösungshinweise:* $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $f'(0) = 0$ wegen dem Extremum, $f(2) = 0$ wegen $W(2|0)$, $f''(2) = 0$ wegen dem Wendepunkt $W(2|0)$, und dieser hat die Steigung -1.5, d.h. $f'(2) = -1.5$

3. Welche ganzrationale Funktion 3. Grades hat einen Graphen, der durch die Punkte $P_1(1|-17), P_2(0|3), P_3(-1|29)$ und $P_4(2|-25)$ verläuft?
   *Lösungshinweise:* $P_1 : f(1) = -17$ $P_2 : f(0) = 3$, $P_3 : f(-1) = 29$, $P_4 : f(2) = -25$ einsetzen, z.B. $f(1) = a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = -17$, dann bekommst du vier Gleichungen mit vier Unbekannten. Dieses Gleichungssystem musst Du lösen, und Du erhältst als Lösung hoffentlich: $f(x) = 1 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 - 24 \cdot x + 3$.

4. Bestimmen Sie eine ganzrationale Funktion vom Grad 3 , deren Graph durch $A(2|2)$ und $B(3|9)$ geht und den Tiefpunkt $T(1|1)$ hat.
   *Lösungshinweise:* 1) $A(2|2)$ liegt auf dem Graphen $\Rightarrow f(2) = 2. \Rightarrow 8a+4b+2c+d = 2$ 2) $B(3|9)$ liegt auf dem Graphen $\Rightarrow f(3) = 9. \Rightarrow 27a + 9b + 3c + d = 9$ 3) $T(1|1)$ liegt auf dem Graphen $\Rightarrow f(1) = 1. \Rightarrow a + b + c + d = 1$ 4) $T$ ist Tiefpunkt $\Rightarrow f'(1) = 0$ (notw. Bedingung für Tiefpunkte) $\Rightarrow 3a + 2b + c = 0$

5. Welche ganzrationale Funktion 4. Grades hat einen Graphen, der symmetrisch zur $y$-Achse ist und durch den Wendepunkt $W(1|0)$ und den Tiefpunkt $T(\sqrt{3}|-1)$ verläuft?
   *Lösungshinweise:* Wegen YAS gilt: $f(x) = ax^4+bx^2+c$, $f'(x) = 4ax^3+2bx$, $f''(x) = 12ax^2 + 2b$. Wendepunkt $\Rightarrow f(1) = 0$ und $f''(1) = 0$ . Tiefpunkt $\Rightarrow f(\sqrt{3}) = -1$ und $f'(\sqrt{3}) = 0$.