

11/2 — Lösungen der Aufgaben

Stammfunktionen und Integrale

Datum

12. Juni 2006

Wichtigste Regeln der Integralrechnung:	1. Potenzregel der Integralrechnung
3 Regeln:	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ ($n \in \mathbb{Z}, n \neq -1, C \in \mathbb{R}$)
2. Faktorregel der Integralrechnung	3. Summenregel der Integralrechnung
Ein konstanter Faktor bleibt beim Integrieren erhalten:	Man kann eine Summe gliedweise integrieren:
$\int a f(x) dx = a \int f(x) dx$ ($a \in \mathbb{R}$)	$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

1. Berechne das unbestimmte Integral gemäß den o.g. drei Regeln.

- | | |
|---|---|
| a) $\int x^6 dx = \frac{x^7}{7} + C$ | g) $\int (2ax^4 + 6x^2) dx = \frac{2ax^5}{5} + 2x^3 + C$ |
| b) $\int x^{n+2} dx = \frac{x^{n+3}}{n+3} + C$ | h) $\int \left(\frac{x^2}{3} + 2\right) dx = \frac{x^3}{9} + 2x + C$ |
| c) $\int 6x^2 dx = 2x^3 + C$ | i) $\int (x + 3x^{-2}) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{3x} + C$ |
| d) $\int nx^{2n-1} dx = \frac{x^{2n}}{2} + C$ | j) $\int (2x^2 + x + 7) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 7x + C$ |
| e) $\int (4x^2 + 2x) dx = \frac{4x^3}{3} + x^2 + C$ | k) $\int (x^4 + x^3) dx = \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + C$ |
| f) $\int (2x^3 - 4x + 1) dx = \frac{x^4}{2} - 2x^2 + x + C$ | l) $\int (2x^2 - 8x - 2) dx = \frac{2x^3}{3} - 4x^2 - 2x + C$ |

2. Begründe die folgenden Resultate und gebe an, welche der Regeln 1 bis 3 zur Bestimmung des Integrals benötigt werden, bzw. welche Regel keine Anwendung findet.

- a) $\int (x^3 + x^2) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + C$ *Ohne Faktorregel!*
 b) $\int (2x + 4x^4) dx = x^2 + \frac{4}{5}x^5 + C$
 c) $\int (3x^5 - \frac{1}{x^2}) dx = \frac{1}{2}x^6 + \frac{1}{x} + C$

1. Potenzregel 2. Faktorregel 3. Summenregel

3. Ordne jeder Funktion f eine passende Stammfunktion F mit $C = 3$ zu.

- a) $f(x) = 8x^3 - 3 \Rightarrow F(x) = 2x^4 - 3x + 3$
 b) $f(x) = 2x - 4 \Rightarrow F(x) = x^2 - 4x$
 c) $f(x) = (3x + 2)^2 \Rightarrow F(x) = 3x^3 + 6x^2 + 4x + 3$
 d) $f(x) = 3(x^2 - 2x^3) \Rightarrow F(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^4 + 3$
 e) $f(x) = 2x - x^2 \Rightarrow F(x) = x^2 - \frac{1}{3}x^3$
 f) $f(x) = x^2 - 9x + 3 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 3x + 3$