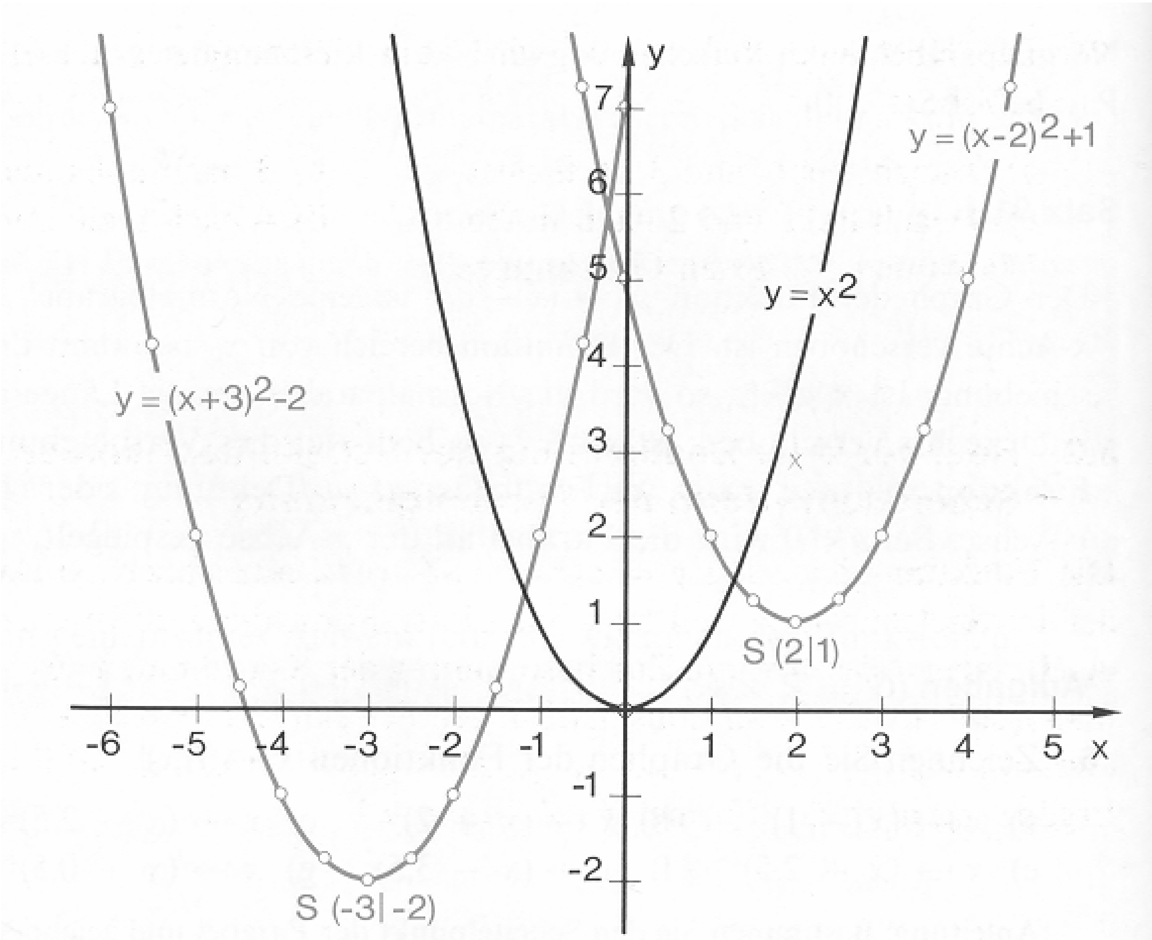
Quadratische Funktionen – Übungen mit der Schablone

Zeichnet nun ohne Nutzung einer Wertetabelle die Graphen folgender Funktionen in ein Koordinatensystem:

$y = (x - 2)^2 + 1$

$y = (x + 3)^2 - 2$



Quadratische Funktionen – Arbeitsblatt 3 LÖSUNG

Bestimme rechnerisch den Scheitelpunkt folgender Funktionsgleichungen.

1.	$y = x^2 + 6x + 8$	S (-3; -1)
2.	$y = x^2 - 4x + 7$	S (2; 3)
3.	$y = x^2 - 2x - 1$	S (1; -2)
4.	$y = x^2 + 4x + 6$	S (-2; 2)
5.	$y = x^2 - 8x + 14$	S (4; -2)

6.	$y = x^2 + 8x + 17$	S (-4; 1)
7.	$y = x^2 + 2x$	S (-1; -1)
8.	$y = x^2 - 6x + 11$	S (3; 2)
9.	$y = x^2 + 4x + 1$	S (-2; -3)
10.	$y = x^2 - 3x + 4{,}25$	S (1,5; 2)

11.	$y = x^2 + 5x + 4{,}75$	S (-2,5; -1,5)
12.	$y = x^2 - x + 2{,}75$	S (0,5; 2,5)
13.	$y = -(x^2 - 2x - 3)$	S (1; 4)
14.	$y = -(x^2 + 2x - 1)$	S (-1; 2)
15.	$y = -(x^2 + 3x - 2{,}25)$	S (-1,5; 4,5)

16.	$y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 2)$	S (2; -1)
17.	$y = \frac{1}{2}(x^2 + 2x - 7)$	S (-1; -4)
18.	$y = -\frac{1}{2}(x^2 - 2x - 7)$	S (1; 4)
19.	$y = \frac{1}{3}(x^2 + 2x - 5)$	S (-1; -2)
20.	$y = \frac{1}{4}x^2 - x$	S (2; -1)
21.	$y = -\frac{1}{4}(x^2 + 4x - 4)$	S (-2; 2)

Die Scheitelpunkte wurden mittels quadratischer Ergänzung berechnet (alternativ könnte man sie auch mittels Differentialrechnung bestimmen, doch das kommt erst viel später dran).

Die folgenden binomischen Formeln dürften bekannt sein:

1. Binom. Formel: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
2. Binom. Formel: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

Bei der quadratischen Ergänzung musst du zusehen, dass du den Funktionsterm auf die Form einer binom. Formel bringst.

Ein **Beispiel** für einen Funktionsterm wäre $\mathbf{y=x^2+4x+5}$. Da vor dem 4x ein + steht, musst du also die 1. binom. Formel anwenden. Dem a in der binom. Formel entspricht hier das x (weil $x^2=a^2$). Deine Aufgabe ist es nun das b rauszubekommen, damit du dann in diesem Fall die 5 zu b^2 ergänzen kannst. Das b bekommt man über den Mittelteil (+4x) heraus. Das 2ab aus der binom. Formel muss gleich dem Mittelteil (mit x) des Funktionsterms sein (+4x), also:

$2ab=4x$ da gilt $a=x$, können wir also sagen:

$2xb=4x$ |:x

$2b=4$ |:2 ==> $b=2$

Und schon haben wir das b. Damit wir die binom. Formel anwenden können, muss am Ende unseres Funktionsterm aber b^2 stehen, also 4. Leider steht da aber 5, deshalb machen wir die sogenannte quadratische Ergänzung (kürze ich qE ab). D.h. wir addieren $b^2=4$ und ziehen es gleich wieder ab, damit sich aber der Wert der Funktion nicht ändert. Genausogut könnten wir auf beide Seiten der Gleichung einfach $b^2=4$ addieren (damit die Gleichung weiter gilt):

$y+4=x^2+4x+4+5$ Und jetzt können wir ohne Probleme x^2+4x+4 mit der binom. Formel zusammenfassen:

$y+4=(x+2)^2+5$

Das wir eben gemacht haben, nennt man quadratische Ergänzung, weil man ja zu dem b^2 der binom. Formel "ergänzt".

Wenn wir (spätestens) jetzt das $b^2=+4$ wieder abziehen, haben wir die Scheitelpunktsform, da man aus ihr leicht den Scheitelpunkt ablesen kann:

$y+4-4=(x+2)^2+5-4$

$y=(x+2)^2-1$ ==> S(-2|1) ist der gesuchte Scheitelpunkt.