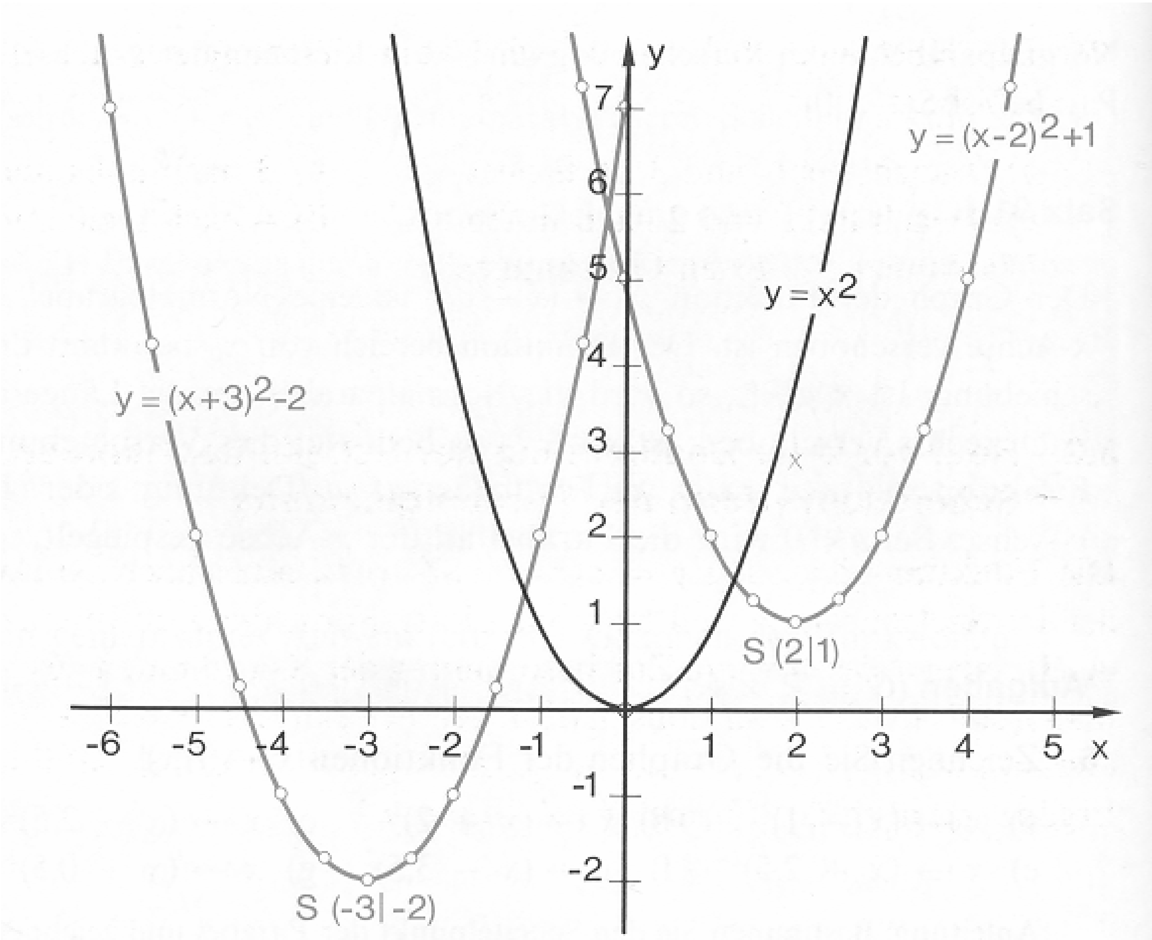
Quadratische Funktionen – Übungen mit der Schablone

Zeichnet nun ohne Nutzung einer Wertetabelle die Graphen folgender Funktionen in ein Koordinatensystem:

$y = (x - 2)^2 + 1$

$y = (x + 3)^2 - 2$



Quadratische Funktionen – Arbeitsblatt 3 LÖSUNG

Bestimme rechnerisch den Scheitelpunkt folgender Funktionsgleichungen.

1. $y = x^2 + 6x + 8$ S (-3; -1)
2. $y = x^2 - 4x + 7$ S (2; 3)
3. $y = x^2 - 2x - 1$ S (1; -2)
4. $y = x^2 + 4x + 6$ S (-2; 2)
5. $y = x^2 - 8x + 14$ S (4; -2)

6. $y = x^2 + 8x + 17$ S (-4; 1)
7. $y = x^2 + 2x$ S (-1; -1)
8. $y = x^2 - 6x + 11$ S (3; 2)
9. $y = x^2 + 4x + 1$ S (-2; -3)
10. $y = x^2 - 3x + 4{,}25$ S (1,5; 2)

11. $y = x^2 + 5x + 4{,}75$ S (-2,5; -1,5)
12. $y = x^2 - x + 2{,}75$ S (0,5; 2,5)
13. $y = -(x^2 - 2x - 3)$ S (1; 4)
14. $y = -(x^2 + 2x - 1)$ S (-1; 2)
15. $y = -(x^2 + 3x - 2{,}25)$ S (-1,5; 4,5)

16. $y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 2)$ S (2; -1)
17. $y = \frac{1}{2}(x^2 + 2x - 7)$ S (-1; -4)
18. $y = -\frac{1}{2}(x^2 - 2x - 7)$ S (1; 4)
19. $y = \frac{1}{3}(x^2 + 2x - 5)$ S (-1; -2)
20. $y = \frac{1}{4}x^2 - x$ S (2; -1)
21. $y = -\frac{1}{4}(x^2 + 4x - 4)$ S (-2; 2)

Die Scheitelpunkte wurden mittels quadratischer Ergänzung berechnet (alternativ könnte man sie auch mittels Differentialrechnung bestimmen, doch das kommt erst viel später dran).

Die folgenden binomischen Formeln dürften bekannt sein:

1. Binom. Formel: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
2. Binom. Formel: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

Bei der quadratischen Ergänzung musst du zusehen, dass du den Funktionsterm auf die Form einer binom. Formel bringst.

Ein **Beispiel** für einen Funktionsterm wäre $\mathbf{y=x^2+4x+5}$. Da vor dem 4x ein + steht, musst du also die 1. binom. Formel anwenden. Dem a in der binom. Formel entspricht hier das x (weil $x^2=a^2$). Deine Aufgabe ist es nun das b rauszubekommen, damit du dann in diesem Fall die 5 zu b^2 ergänzen kannst. Das b bekommt man über den Mittelteil (+4x) heraus. Das 2ab aus der binom. Formel muss gleich dem Mittelteil (mit x) des Funktionsterms sein (+4x), also:

$2ab=4x$ da gilt $a=x$, können wir also sagen:

$2xb=4x$ |:x

$2b=4$ |:2 ==> $b=2$

Und schon haben wir das b. Damit wir die binom. Formel anwenden können, muss am Ende unseres Funktionsterm aber b^2 stehen, also 4. Leider steht da aber 5, deshalb machen wir die sogenannte quadratische Ergänzung (kürze ich qE ab). D.h. wir addieren $b^2=4$ und ziehen es gleich wieder ab, damit sich aber der Wert der Funktion nicht ändert. Genausogut könnten wir auf beide Seiten der Gleichung einfach $b^2=4$ addieren (damit die Gleichung weiter gilt):

$y+4=x^2+4x+4+5$ Und jetzt können wir ohne Probleme x^2+4x+4 mit der binom. Formel zusammenfassen:

$y+4=(x+2)^2+5$

Das wir eben gemacht haben, nennt man quadratische Ergänzung, weil man ja zu dem b^2 der binom. Formel "ergänzt".

Wenn wir (spätestens) jetzt das $b^2=+4$ wieder abziehen, haben wir die Scheitelpunktsform, da man aus ihr leicht den Scheitelpunkt ablesen kann:

$y+4-4=(x+2)^2+5-4$

$y= (x+2)^2 -1$ ==> S(-2|1) ist der gesuchte Scheitelpunkt.