

1 Dorn Bader — Physik der Struktur der Materie

1.1 S. 308 — Nachweisgeräte

A 2: a) Was lässt sich aus der Länge der Spuren in einer Nebelkammer folgern?

Die Länge der Spuren in der Nebelkammer sind ein Maß für die (kinetische) Energie der Teilchen. Die Breite der Spuren hängt vom Ionisationsvermögen der Strahlung, d.h. von der Teilchenart, ab.

b) β -Teilchen, die von demselben Präparat, z.B. Sr-90, austreten, beschreiben unter dem Einfluss eines Magnetfeldes, das senkrecht zu ihrer Bahn gerichtet ist, Kreise mit verschiedenen Radien. Was folgt daraus für die β -Teilchen eines β -Strahlers?

Die unterschiedlichen Radien der β -Teilchen entsprechen unterschiedlichen Energien der Teilchen. Ein β -Strahler sendet daher Elektronen unterschiedlicher Energie aus.

A 3: Warum sind trotz gleicher Anfangsenergie die Spuren der α -Teilchen in der Nebelkammer viel massiver als die der β -Teilchen?

Massivere Spuren bedeuten, dass pro cm Wegstrecke von α -Teilchen mehr Ionenpaare gebildet werden als von den β -Teilchen. Fliegt ein Teilchen schneller als ein anderes an einem Molekül vorbei, hat es weniger Zeit mit diesem zu wechselwirken und es zu ionisieren. Es wird also pro cm Wegstrecke weniger Ionenpaare bilden. Die α -Teilchen haben also mehr Masse und kleinere Geschwindigkeit als die β -Teilchen bei gleicher anfänglicher Bewegungsenergie W_k .

A 4: Vergleichen Sie die Nachweisgeräte Nebelkammer und Zählrohr. Nennen Sie Vor- und Nachteile.

Die Nebelkammer macht die Bahn einzelner Teilchen sichtbar; sie lässt Aussagen über die Energie der Strahlung zu; man kann α -Teilchen und β -Teilchen anhand ihrer Spuren unterscheiden.

Zählrohr: Es registriert im Gegensatz zur Nebelkammer ohne Unterbrechung Strahlung; es ist handlicher und mit ihm lässt sich verhältnismäßig leicht feststellen, ob eine Stoff Strahlung aussendet oder nicht; es registriert auch γ -Strahlung, die in der Nebelkammer kaum nachweisbar ist. Die grobe Unterscheidung der Teilchenart gelingt mittels **Abschirmung** durch Papier, Aluminium oder Blei.

1.2 S. 313ff. — Abschirmung der γ -Strahlung durch Materie

Die Abschwächung von γ -Strahlung durch Materie erfolgt mathematisch nach einem Exponentialgesetz. Physikalisch bedeutsam sind drei Prozesse:

- Photoeffekt: das γ -Quant überträgt seine gesamte Energie auf ein gebundenes Elektron und verschwindet.
- Comptoneffekt: ein Teil der Energie des γ -Quants wird auf ein Elektron übertragen, den Rest der Energie nimmt ein energieärmeres Photon mit, das in eine andere Richtung fliegt.
- Paarbildung: im Feld eines Atomkerns kann sich das γ -Quant, wenn es mehr als 1,02 MeV Energie hat, in ein Positron und ein Elektron ($e^+ - e^-$ -Paar) materialisieren.

Das Positron (β^+ , Antimaterie zum Elektron) kann durch Paarvernichtung mit einem Elektron wiederum in ein Paar Photonen „vernichtet“ werden:

A 2: Na-22 sendet nur γ -Quanten der Energie $W = 1270$ keV aus. Trotzdem sieht man im γ -Spektrum eine 2. Linie bei 511 keV. Woher kommt diese Linie? Hinweis: Na-22 ist auch ein β^+ -Strahler.

Diese Linie stammt aus der Vernichtungsreaktion eines Positrons (β^+) mit einem Elektron. Bei diesem Prozess entstehen zwei γ -Quanten mit je 511 keV, was der Ruheenergie eines β -Teilchens (Elektron) entspricht.

1.3 S. 315 — Aufgaben zum Abschirmungs-Effekt von Blei und Eisen

A 1: Welcher Bruchteil der γ -Strahlung mit einer Energie von 1 MeV durchdringt eine Schicht von 1 cm [10 cm] Eisen bzw. Blei?

Tabelle T 1 der Halbwertsdicken d_H in cm bei Durchdringung mit γ -Strahlung bestimmter Energie (Einheit 1 MeV = 1000 keV):

| Material | 10 keV | 100 keV | 1 000 keV | 10000 keV |
|-----------|--------|---------|-----------|-----------|
| Luft | 140 | 3 500 | 8200 | 29000 |
| Aluminium | 0,012 | 1,6 | 4,2 | 12 |
| Eisen | 0,0006 | 0,25 | 1,5 | 2,7 |
| Blei | 0,0007 | 0,011 | 1,1 | 1,2 |

Einsetzen der Schichtdicken r und Halbwertsdicken d_H aus Tabelle T 1 in die Exponentialgleichung ($n/n_0 = e^{-\ln 2 \cdot r/d_H}$) führt zu den Antworten:

Die Strahlung durchdringt eine Schicht von 1 cm Eisen zu 63%; bei Blei sind es 53%.

Bei einer Schichtdicke von 10 cm ergeben sich 1% für Eisen und 0,18% für Blei.

A 2: a) γ -Strahlung wird in Luft sehr wenig absorbiert. Entfernt man aber ein Zählrohr von einem punktförmigen γ -Strahler, der seine Strahlung in alle Raumrichtungen gleichmäßig emittiert, so nimmt die Zählrate mit $1/r^2$ ab (r : Abstand Präparat - Zählrohr). Erklären Sie dies.

Die γ -Strahlung breitet sich gleichmäßig in alle Raumrichtungen aus. Die bestrahlte Fläche entspricht einer Kugeloberfläche ($O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$). Die Intensität nimmt mit 1 durch die Kugeloberfläche, d.h. mit $1/r^2$ ab.

b) Ob bei einer derartigen Messung die Zählrate n mit $1/r^2$ abnimmt, erkennt man am besten, wenn man $\lg n$ über $\lg r$ aufträgt. Begründen Sie dies.

Die Zählrate ändert sich gemäß $n(r) = \frac{n_0}{r^2}$. Logarithmiert folgt $\log(n) = \log(n_0) - 2 \cdot \log(r)$. Dies ist eine Geradengleichung, d.h. die Messwerte müssten bei doppelt-logarithmischer Darstellung auf einer Geraden liegen.

c) Wie wird n mit r abnehmen, wenn man einen β -Strahler verwendet?

Bei einem β -Strahler nimmt die Intensität in Luft viel stärker ab, da die Luft ionisiert wird, d.h. β -Strahlung absorbiert. Im Vakuum müssten wir aber das gleiche $1/r^2$ -Gesetz finden.

1.4 S. 319 — Halbwertszeit

Die Gesetzmäßigkeit beim radioaktiven Zerfall ist analog der γ -Strahlung-Absorption. Statt Abstand r haben wir nun die Zeit t , statt Halbwertsdicke d_H rechnen wir nun mit Halbwertszeit T_H . Bei diesen Aufgaben ist nützlich zu bedenken, dass bei radioaktiven Stoffen die Anzahl N , die Masse m und die Aktivität A alle zueinander proportional sind. Je mehr radioaktiver Stoff da ist, desto mehr Gramm sind da und desto mehr Teilchen sind aktiv und zerfallen auch.

A 1: In eine Ionisationskammer wird ein radioaktives Gas gepumpt und der Strom I gemessen:

| | | | | | | | | |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|-----|-----|
| t/s | 0 | 10 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
| $I/(10^{-12}A)$ | 60 | 50 | 42 | 28 | 20 | 14 | 9 | 7 |

Begründen Sie, warum I proportional zur Teilchenzahl $N(t)$ des radioaktiven Gases abfällt. Die Zahl der radioaktiven Zerfälle pro Sekunde ist proportional zur Anzahl $N(t)$ der radioaktiven Teilchen. Da andererseits die Stromstärke proportional zur Anzahl der radioaktiven Zerfälle pro Sekunde ist, ist auch diese der Teilchenzahl proportional.

$$m \propto N \propto A \propto I$$

b) Bestimmen Sie die Halbwertszeit T_H und die Zerfallskonstante λ des Gases so genau wie möglich.

Die Stromstärke nimmt nach rund 40 Sekunden jeweils um die Hälfte ab (siehe $28,14,7 \cdot 10^{-12} \text{A}$ bei $t = 40, 80, 120 \text{ s}$). Eine genauere Analyse aller Datenpaare würde für $t_H \approx 38 \text{ s}$ sprechen. Die Zerfallskonstante ist dann $\lambda = \frac{\ln 2}{T_H} \approx 0,0183/\text{s}$.

A 2: Nach wie viel Halbwertszeiten ist die Zahl der jetzt gerade vorhandenen Kerne einer radioaktiven Substanz auf 90%, 50%, 1% und 0,1% gesunken?

$$90\% : 0,15 \cdot T_H \quad 50\% : T_H \quad 1\% : 6 \cdot T_H \quad 0,1\% : 10 \cdot T_H.$$

A 3: In der Mitte einer mit Luft gefüllten Ionisationskammer (Durchmesser 10 cm) befindet sich ein abgedecktes Am-241-Präparat, das α -Teilchen der Energie $W = 4,4 \text{ MeV}$ aussendet. Der Strom am Messverstärker beträgt $2,4 \cdot 10^{-9} \text{ A}$. a) Begründen Sie, dass alle α -Teilchen ihre gesamte Energie in der Kammer abgeben und nicht an die Kammerwand gelangen.

Die Reichweite in Luft (ca. 2,8 cm) ist einfach zu klein um an die Kammerwand gelangen.

b) Wie viele α -Teilchen je Sekunde sendet das Präparat in die Ionisationskammer aus? (Zur Bildung eines Ionenpaares benötigt ein α -Teilchen 35,5 eV Energie.)

Die Ionisationsenergie beträgt 35,5 eV. Bei einer Anfangsenergie von 4,4 MeV können somit $1,24 \cdot 10^5$ Ionen pro α -Teilchen gebildet werden. Die gemessene Stromstärke von $2,4 \cdot 10^{-9} \text{ A}$ entspricht einem Fluss von $1,5 \cdot 10^{10}$ Ladungsträgern pro Sekunde. Dividieren wir letzteres durch die Anzahl der Ionen pro α -Teilchen $\Rightarrow 1,21 \cdot 10^5 \alpha$ -Teilchen/s

c) Welche Masse besitzt der Am-241-Anteil des Präparats, wenn man annimmt, dass ein Drittel der von Am-241 ausgesandten α -Teilchen in die Ionisationskammer gelangt?

Gesamtmasse $2,86 \mu\text{g}$

A 4: Welche Aktivität entwickeln 10^{-7} g Po-210 ?

Wir wissen, die gesuchte Aktivität ist proportional zur Teilchenzahl: $A_0 = \lambda \cdot N_0$. Nun müssen wir noch die Anzahl N_0 der Teilchen ermitteln. Dazu brauchen wir die Atommasse, die auf S. 360 tabelliert ist:

| Nuklid | Atommasse | Nuklid | Atommasse | Nuklid | Atommasse |
|--------|-----------|--------|------------|--------|------------|
| C-14 | 14,003242 | O-18 | 17,99916 | Na-22 | 21,994437 |
| Al-27 | 26,981538 | Zr-90 | 89,904704 | Bi-210 | 209,984105 |
| Si-28 | 27,976927 | Zr-91 | 90,905645 | Bi-212 | 211,991272 |
| Si-29 | 28,976495 | Zr-92 | 91,90504 | Bi-214 | 213,998699 |
| Si-30 | 29,97377 | Ag-107 | 106,905093 | Po-210 | 209,982857 |
| P-30 | 29,978314 | Ag-108 | 107,905954 | Po-212 | 211,988852 |
| P-31 | 30,973762 | Ag-109 | 108,904756 | Po-214 | 213,995186 |
| Ar-40 | 39,962383 | Ag-110 | 109,90611 | Po-216 | 216,001905 |
| K-40 | 39,963999 | Cd-108 | 107,904183 | Po-218 | 218,008966 |
| Ca-40 | 39,962591 | Cd-110 | 109,903006 | Rn-220 | 220,011384 |
| Cr-54 | 53,938885 | Cd-113 | 112,904401 | Rn-222 | 222,01757 |
| Mn-54 | 53,940363 | In-115 | 114,903878 | Ra-224 | 224,020202 |
| Mn-55 | 54,93805 | In-116 | 115,90526 | Ra-226 | 226,025403 |
| Fe-55 | 54,938298 | Sn-116 | 115,901744 | Ra-228 | 228,031064 |
| Fe-56 | 55,934942 | I-140 | 139,93121 | Ac-228 | 228,031015 |
| Co-57 | 56,936296 | Cs-133 | 132,905447 | Th-228 | 228,028731 |
| Co-59 | 58,9332 | Cs-137 | 136,907084 | Th-229 | 229,031755 |
| Co-60 | 59,933822 | Cs-140 | 139,917277 | Th-230 | 230,033127 |
| Ni-59 | 58,934352 | Ba-137 | 136,905821 | Th-231 | 231,036297 |
| Ni-60 | 59,930791 | Ba-144 | 143,92294 | Th-232 | 232,03805 |
| Ni-64 | 63,92797 | Ce-140 | 139,905434 | Th-234 | 234,043595 |
| Cu-64 | 63,929768 | Nd-144 | 143,910083 | Pa-233 | 233,04024 |
| Zn-64 | 63,929147 | Au-197 | 196,966552 | Pa-234 | 234,043302 |
| Br-87 | 86,920711 | Tl-204 | 203,973849 | U-233 | 233,039628 |
| Kr-85 | 84,912527 | Tl-208 | 207,982005 | U-234 | 234,040946 |
| Kr-86 | 85,91061 | Pb-204 | 203,973029 | U-235 | 235,043923 |
| Kr-87 | 86,913354 | Pb-205 | 204,974467 | U-236 | 236,045562 |
| Kr-89 | 88,917633 | Pb-206 | 205,974449 | U-237 | 237,048724 |
| Rb-85 | 84,911789 | Pb-207 | 206,97588 | U-238 | 238,050783 |
| Rb-87 | 86,909183 | Pb-208 | 207,976636 | U-239 | 239,054288 |
| Rb-94 | 93,926407 | Pb-209 | 208,981075 | Np-237 | 237,048167 |
| Sr-87 | 86,908879 | Pb-210 | 209,984173 | Np-239 | 239,052931 |
| Sr-90 | 89,907738 | Pb-211 | 210,988731 | Pu-238 | 238,049553 |
| Y-90 | 89,907151 | Pb-212 | 211,991887 | Pu-239 | 239,052157 |
| Y-94 | 93,911594 | Pb-213 | 212,9965 | Pu-240 | 240,053807 |
| Zr-88 | 87,910226 | Pb-214 | 213,999798 | Pu-241 | 241,056845 |
| Zr-89 | 88,908889 | Bi-207 | 206,978455 | Am-241 | 241,056823 |

Wir finden für 1 Atom Po-210 die spezifische Atommasse 209,982857 u. Dies bedeutet, dass die Stoffmenge 1 mol von Po-210 die Masse 209,982857 g hat, man sagt, Po-210 hat die spezifische Masse $m_s = 209,982857 \text{ g/mol}$. Die Stoffmenge 1 mol ist gleich bedeutend mit der großen Zahl von rund 0,6 Quadrillionen Teilchen. Dies ist immer so, deswegen spricht man von der Avogadro-Konstante: $N_A = 6,022\ 140\ 86 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Somit kann man die Teilchenzahl berechnen:

$$N_0 = \frac{m \cdot N_A}{m_s} = \frac{10^{-7} \text{ g} \cdot 6,022\ 140\ 86 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{209,982857 \text{ g mol}^{-1}}$$

Für die Zerfallskonstante gilt $\lambda = \frac{\ln 2}{T_H}$. Die zugehörige Halbwertszeit T_H ermitteln wir aus der folgenden Tabelle:

| Nuklid | T_H | Nuklid | T_H | Nuklid | T_H |
|--------|-----------------------|--------|--------|---------|------------------------|
| Th-232 | $1,4 \cdot 10^{10}$ a | Cs-137 | 30 a | Po-210 | 138 d |
| U-238 | $4,5 \cdot 10^9$ a | Sr-90 | 28,5 a | Hg-203 | 46,9 d |
| K-40 | $1,28 \cdot 10^9$ a | H-3 | 12,3 a | Cu-64 | 12,8 h |
| U-235 | $7,1 \cdot 10^8$ a | Kr-85 | 10,8 a | Ba*-137 | 2,6 min |
| C-14 | 5730 a | Co-60 | 5,27 a | Rn-220 | 55 s |
| Ra-226 | 1600 a | Tl-204 | 3,8 a | Po-214 | $0,16 \cdot 10^{-3}$ s |
| Am-241 | 433 a | Na-22 | 2,6 a | Po-212 | $3 \cdot 10^{-7}$ s |

Somit brauchen wir nur noch einsetzen $A_0 = \lambda \cdot N_0 = \frac{\ln 2}{138 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} \cdot \frac{10^{-7} \text{ g} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{209,982857 \text{ g mol}^{-1}} \approx 16,7 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} = 16,7 \text{ MBq}$.

A 5: 1 g Ra-226 sendet in einer Sekunde $3,7 \cdot 10^{10}$ α -Teilchen aus. Berechnen Sie T_H von Ra-226.

Aus obiger Tabelle finden wir für Ra-226 $m_s = 226,025403 \text{ g/mol}$. Somit folgt für die Anzahl der Teilchen in einem Gramm $N = \frac{m \cdot N_A}{m_s} = \frac{1 \text{ g} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{226,025403 \text{ g mol}^{-1}} \approx 2,664 \cdot 10^{21}$. Bekannt sind die Beziehungen $A = \lambda \cdot N = b \cdot m$ und $\lambda = \frac{\ln 2}{T_H}$. Also ist die gesuchte Halbwertszeit $T_H = \frac{\ln 2 \cdot N}{A} \approx 4,9921 \cdot 10^{10} \text{ s} \approx 1583 \text{ a}$.

A 6: In einer U-238-Probe zerfallen 10^3 Atome in 1 min. Wie viele Atome enthält die Probe? Berechnen Sie die Masse der Probe.

Analog A 5 rechnen wir $N = \frac{A}{\lambda} = \frac{10^3 \text{ min}^{-1} \cdot 4,5 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \text{ min}}{\ln 2}$ und $m = \frac{N \cdot m_s}{N_A} \approx \frac{3,4 \cdot 10^{18} \cdot 238,050783}{6,022 \cdot 10^{23}} \text{ g} \approx 1,34 \text{ mg}$

A 7: Ein radioaktives Cu-64-Präparat wird hergestellt und verschlossen. Nach 20 Tagen beträgt die Aktivität noch 20 Bq. Welche Masse in Gramm besaß der Cu-64-Anteil des Präparats bei der Herstellung?

Aus obigen Tabellen findet man $m_s = 63,929768 \text{ g/mol}$ und $T_H = 12,8 \text{ h}$. Die gegebene Zeit ist $t = 20 \text{ d} = 20 \cdot 24 \text{ h} = 480 \text{ h}$. Demnach war die Aktivität bei der Herstellung $A_0 = 20 \cdot e^{\ln 2 \cdot 480 / 12,8} \approx 3,88736 \cdot 10^{12} / \text{s}$. Aus der Halbwertszeit $T_H = 12,8 \text{ h} = 46080 \text{ s}$ folgt die Zerfallskonstante $\lambda = \frac{\ln 2}{T_H} \approx 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Die Anzahl der Teilchen war entsprechend $N = \frac{A_0}{\lambda} \approx 2,58 \cdot 10^{17}$. Demnach ist die gesuchte Masse $m = \frac{N \cdot m_s}{N_A} \approx 2,75 \cdot 10^{-5} \text{ g}$

A 8: In einer Quecksilbermischung ist das radioaktive Isotop Hg-203 zu 0,02% enthalten. Unmittelbar nach Herstellung der Mischung ist die Aktivität der Probe 40/s. Berechnen Sie die Masse der Hg-Probe (mittlere Masse eines Hg-Atoms: 200,59 u).

Aus obigen Angaben findet man $m_s = 200,59 \text{ g/mol}$ und $T_H = 46,9 \text{ d}$. $N = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{40 \cdot 46,9 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln 2} \approx 2,34 \cdot 10^8$ radioaktive Hg-203-Atome haben wir. Diese machen 0,02% der Probe aus. Demnach hat die Probe die Masse $m = \frac{N \cdot m_s}{N_A \cdot 0,02\%} \approx 3,9 \cdot 10^{-10} \text{ g} = 0,39 \text{ ng}$.

A 9: Befolgen der Hinweise, insbesondere Auftragen der Werte in einem einfach-logarithmischen Koordinatensystem zeigt asymptotisches Verhalten an 2 Geraden mit 2 Halbwertszeiten:

$$T_{H1} = 119 \text{ s}$$

$$T_{H2} = 19 \text{ s}$$

A 11: Cs-137 zerfällt mit einer Halbwertszeit von $T_H = 30 \text{ a}$ in einen Ba-137-Kern, der mit $T_H = 2,6 \text{ min}$ weiter zerfällt. Vor 5 Jahren wurde ein reines Cäsiumpräparat der Masse $m = 1,1 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$ hergestellt.

a) Welche Aktivität besaß das Präparat zum Zeitpunkt der Herstellung? $A_0 = 354000/\text{s}$

b) Wie viele Cäsiumatome sind bis heute zerfallen? $N(5a) = 4,31 \cdot 10^{14} \Rightarrow 5,3 \cdot 10^{13}$ Atome sind zerfallen

c) Wie viel Ba-137-Atome enthält das Präparat heute (vgl. Aufg. 9)? 71 Mio Atome

A 12: Ein altes Holzstück, bei dem der Kohlenstoffanteil die Masse 25 g hat, zeigt eine Gesamtrestaktivität (herrührend von C-14) von $A = 240/\text{min}$.

a) Wie viele C-14-Atome sind noch in diesem Holzstück?

Die Halbwertszeit ist ($T_H = 5730 \text{ a}$). Einsetzen ergibt die Anzahl $N = \frac{A}{\lambda} = \frac{240 \text{ min}^{-1} \cdot 5730 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \text{ min}}{\ln 2} \approx 10^{12}$

b) Vor wie vielen Jahren starb das Holzstück ab?

In 1 g Kohlenstoff des lebendigen Holzes findet man 16 Zerfälle von C-14-Atomen in einer Minute ($A_{os} = 16/\text{min}$). Stirbt das Lebewesen ab, sinkt der C-14-Gehalt nach dem Zerfallsgesetz. Das „frische Holzstück“ mit 25 g Kohlenstoff hätte eine Aktivität $A_o = 25 \cdot 16/\text{min} = 400/\text{min}$. Setzen wir in das Zerfallsgesetz ein: $A(t) = A_o \cdot e^{-\ln 2 \cdot t / T_H}$

$$240 = 400 \cdot e^{-\ln 2 \cdot \frac{t}{5730 \text{ a}}}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = e^{-\ln 2 \cdot \frac{t}{5730 \text{ a}}}$$

$$\Rightarrow \ln(0,6) = -\ln 2 \cdot \frac{t}{5730 \text{ a}}$$

$$\Rightarrow t = 5730 \text{ a} \cdot \frac{\ln(0,6)}{-\ln(2)} \approx 4223 \text{ a}$$

A 13: $80,6\% \Rightarrow 4,79 : 1$ ist das Verhältnis.