

## 1 Funktionen

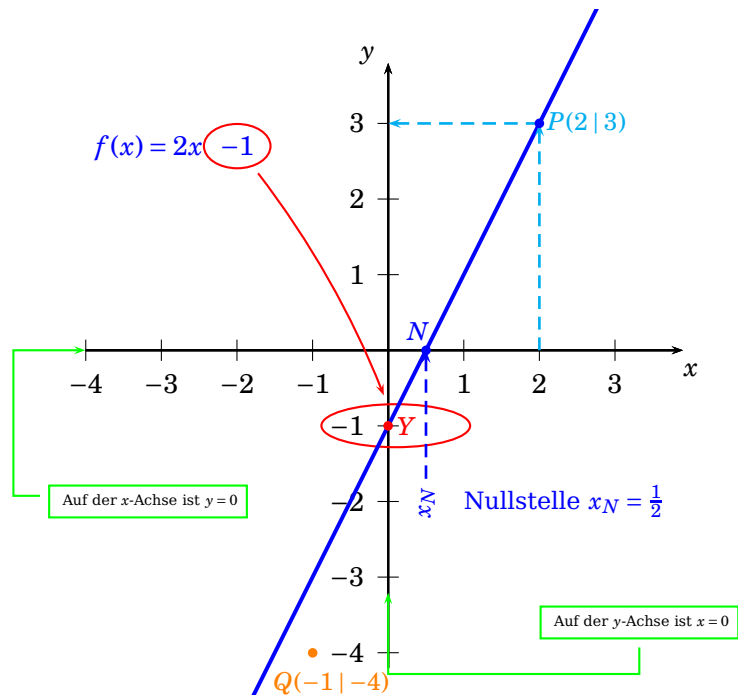
Wesentliches Kennzeichen einer Funktion ist: Zu jedem  $x$ -Wert gehört **genau** ein  $y$ -Wert. Meistens gibt es eine Funktionsgleichung (eine Formel), die angibt, wie man zu einem gegebenen  $x$ -Wert den zugehörigen  $y$ -Wert (Funktionswert) berechnet, z.B.  $y = \underbrace{2 \cdot x - 1}_{\text{Funktionsterm}}$

$y$  ist also eine Funktion von  $x$ , Bezeichnung  $f(x)$ .

Durch Einsetzen einiger  $x$ -Werte berechnet man eine Wertetabelle:

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	-5	-3	-1	1	3

Die Wertepaare ( $x$ -Wert; zugehöriger  $y$ -Wert), z.B.  $(-2; -5)$ , stellt man in einem Koordinatensystem als Punkte, z.B.  $(-2 | -5)$ , dar: Der Funktionsgraph besteht aus allen Punkten  $(x | y)$ , für die die Gleichung  $y = 2x - 1$  gilt.



Wichtig:

- $x$ -Wert gegeben (z.B.  $x = 2$ ),  $y$ -Wert gesucht (gestrichelte Linie in der Farbe cyan im Bild oben):  $x$  einsetzen in die Funktionsgleichung,  $x = 2$ ,  $y$  mit Funktionsgleichung berechnen:  $y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ , oder aus dem Funktionsgraphen ablesen (bei  $x = 2$  hoch zum Graphen, vom Punkt des Graphen links zur  $y$ -Achse zum gesuchten Funktionswert  $y = 3$ ).
- $y$ -Wert gegeben (z.B.  $y = 4$ ),  $x$ -Wert gesucht (Bild rechts): Einsetzen von  $y = 4$  in die Funktionsgleichung und Auflösen nach  $x$ ,  $4 = 2x - 1 \Rightarrow x = 2,5$
- Den Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse sieht man sofort (Die  $y$ -Achse sind Punkte mit  $x = 0$ , also Einsetzen von  $x = 0$ )  $\Rightarrow Y = (0 | -1)$  (in roter Farbe im obigen Bild).
- Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse heißen Nullstellen (Die  $x$ -Achse sind Punkte mit  $y = 0$ , also Einsetzen von  $y = 0$  in die Funktionsgleichung):  $0 = 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$  (blauer Punkt  $N$  auf der  $x$ -Achse im obigen Bild).
- Ob ein gegebener Punkt  $Q$  (z.B.  $(-1 | -4)$ ) auf dem Graphen liegt, sieht man durch Einsetzen des  $x$ -Werts in den Funktionsterm  $2x - 1$ :  $2 \cdot (-1) - 1 = -3 \neq -4$ ,  $Q$  liegt also nicht auf der Geraden, sondern unterhalb der Geraden (oranger Punkt  $Q$  im obigen Bild).

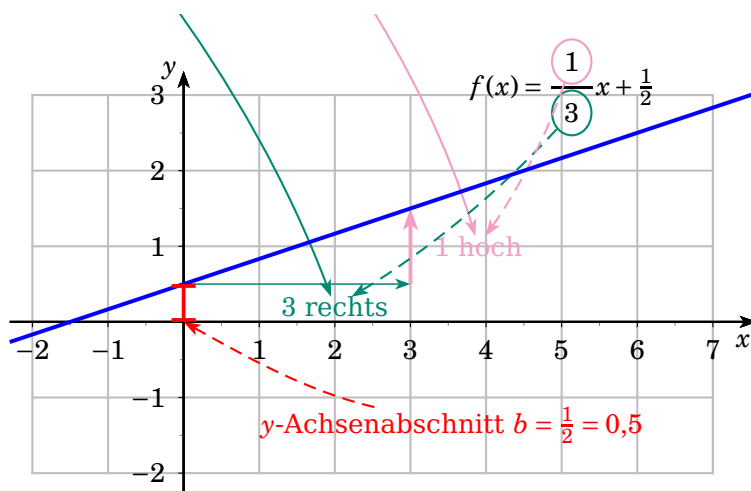
Unsere Funktion  $f(x) = 2x - 1$  ist ein Beispiel für Lineare Funktionen. Diese haben immer eine Gleichung von der Form  $y = mx + b$ . Wichtig sind auch die Begriffe: Steigung  $m$  und der  $y$ -Achsenabschnitt  $b$ . Je größer die Steigung  $m$  ist, desto steiler steigt der Graph an, ist die Steigung negativ, z.B.  $m = -2$ , dann fällt der Graph der Funktion (es geht von links nach rechts „bergab“).

Die Steigung kann auch durch einen Bruch gegeben werden, z.B.

$$f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$$

Die Zahl, die „alleine ohne  $x$ “ da steht (das Absolutglied, die Konstante, hier  $\frac{1}{2}$ ), ist der  $y$ -Achsenabschnitt und zeigt, wo die Gerade die  $y$ -Achse schneidet, d.h. der Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse ist immer bei  $Y(0|b)$ , hier im Beispiel bei  $Y(0|\frac{1}{2}) = (0|0,5)$ .

Die Zahl, die „bei  $x$  dabei steht“ (der Koeffizient von  $x$ , hier  $\frac{1}{3}$ ), ist die Steigung. Die Steigung  $\frac{1}{3}$  bedeutet: Für je 1 Schritt nach rechts muss man gleichzeitig  $\frac{1}{3}$  nach oben gehen, oder bequemer: 3 nach rechts, 1 nach oben (s. Bild unten).



Wenn der  $y$ -Achsenabschnitt  $b = 0$  ist, also der Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse im Ursprung  $Y(0|0)$  liegt, haben wir Ursprungsgeraden, die wie der Name schon sagt, durch den Ursprung gehen, s.z.B.  $f(x) = 3x$ , Bild unten links. Wenn die Steigung  $m = 0$  ist, haben wir Parallelen zur  $x$ -Achse, die wie der Name schon sagt, parallel zur  $x$ -Achse sind, s.z.B.  $f(x) = \frac{3}{4}$ , Bild unten rechts.

