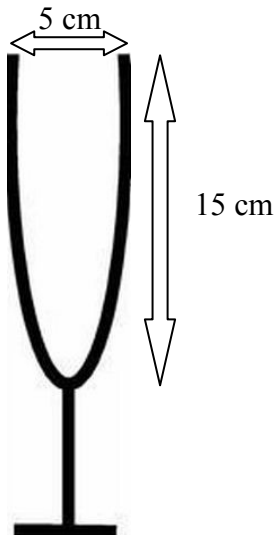


1.) **Happy New Year** - Bald ist Silvester, dann heißt es wieder **Prost Neujahr**.

Dazu fällt mir ein:

Ein Champagnerglas hat im Querschnitt die Form einer Parabel 2. Ordnung. Das Glas hat oben einen Durchmesser von 5 cm und eine Tiefe von 15 cm (vgl. Zeichnung).



- a) Bestimme die Funktionsgleichung für die Querschnitts-
parabel. (Tipp: Wähle den Nullpunkt im tiefsten Punkt der
Parabel). [3P]

Denke Dir für die folgenden Aufgaben das Glas liegend.



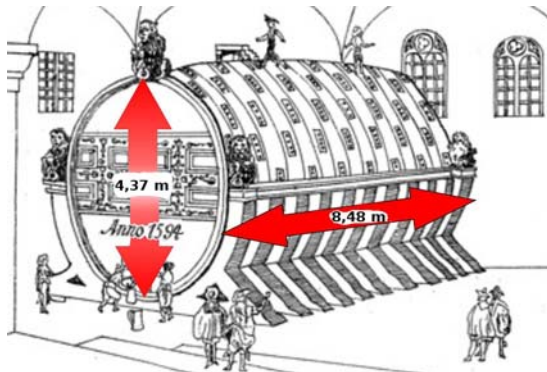
- b) Welche Funktion beschreibt die obere Hälfte der
gekipperten Querschnittsparabel? (Tipp: Umkehrfunktion)
Falls Du die Aufgabe b) nicht gelöst hast, dann rechne
weiter mit der (falschen) Umkehrfunktion $f(x) = \sqrt{0,3 \cdot x}$
[3P]

- c) Der Wirt will pro Glas 1 dl Champagner ausschenken. Bis auf welche Höhe muss er
das Glas jeweils füllen? [6P]
- d) Um den Champagner zu kühlen wird in das Glas ein möglichst großer Eis-Zylinder
eingelegt, der oben nicht über den Rand herauschauen soll. Berechne seine Höhe und
sein Volumen. (Tipp: Hierbei handelt es sich um ein EWP.) [7P]

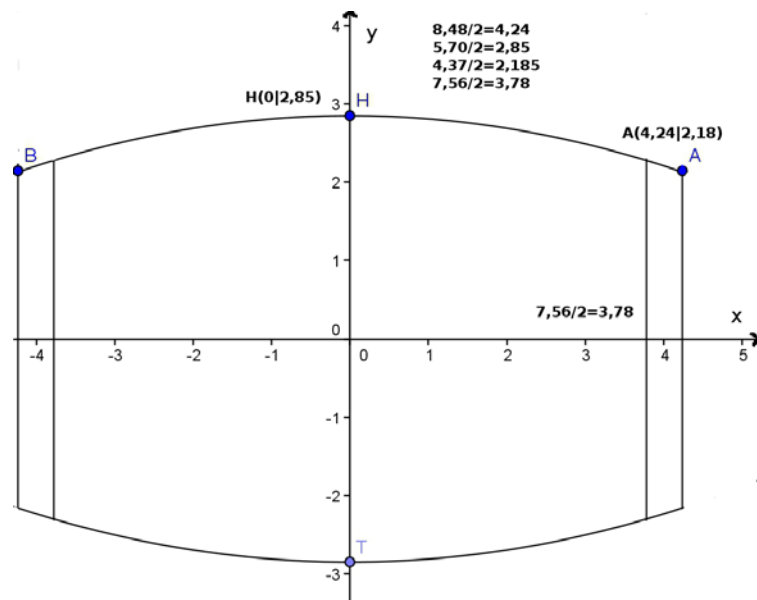
2.) Und zum **Weihnachtsbraten** einen **Wein**?

Dazu fällt mir ein:

Das Gröninger Fass, ist ein großes Weinfass von 1594 (► Guinness Book), das heute im Keller des Jagdschlusses von Halberstadt zu besichtigen ist. Das Fass hat nach Vermessungen aus dem Jahr 2005 ein Fassungsvermögen von bis zu 145.000 Litern. Modellieren wir dies einmal durch eine rotierende Parabel.

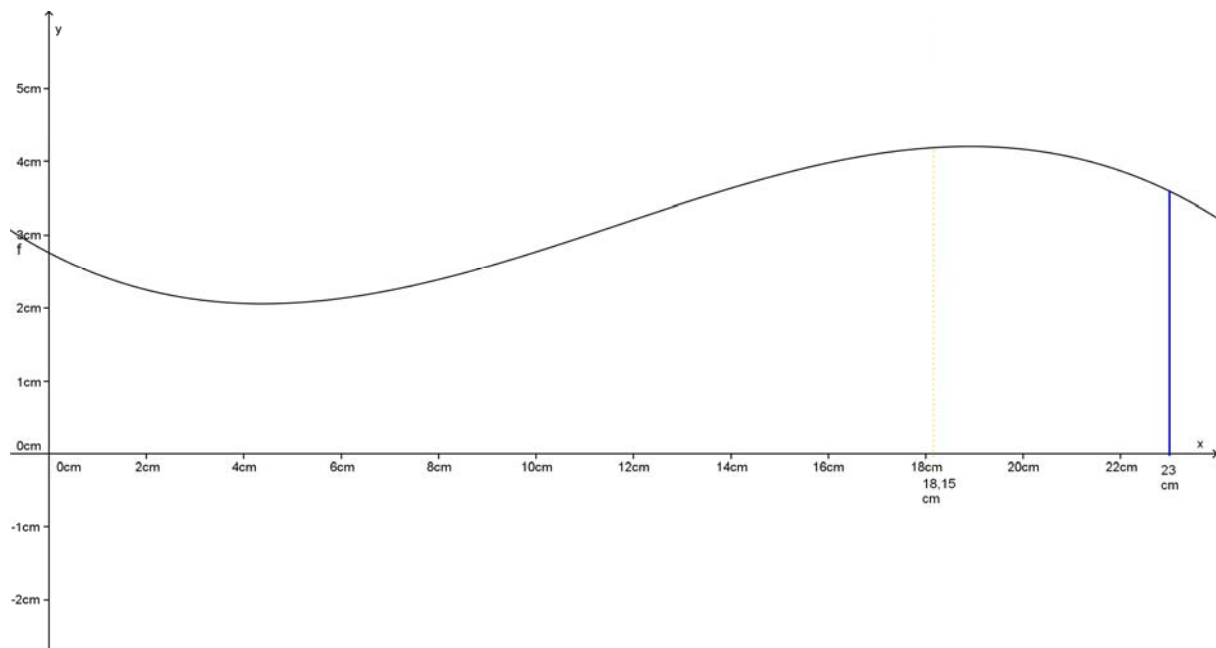


Größter Innendurchmesser: 5,70 m
Innenlänge des Fasses: 7,56 m



Gröninger Fass (Fortsetzung):

- a) Bestimme eine quadratische Funktion, die den Rand des liegenden Fasses beschreibt. (Tipp: Benutze die Punkte $H(0|2,85)$ und $A(4,24|2,18)$ aus der Skizze für die Funktion). [3 P]
- b) Bestimme das Volumen des Fasses als Rotationsvolumen mit der bekannten Formel. (Tipp: Integriere „nur“ bis 3,78 m, die max. Außenlänge 8,48 m ist für das Weinvolumen nicht relevant). [6 P]

3.) Oder lieber Weißbier statt Champus oder Wein?

Genaueres Ausmessen eines Weizenbierglases führt zu oben dargestellter Rand-Funktion f mit der Funktionsgleichung: $f(x) = -0,0014 \cdot x^3 + 0,0489 \cdot x^2 - 0,3478 \cdot x + 2,76$ (Der Boden des Glases hat also einen Durchmesser von 5,52 cm, die Gesamthöhe des Glases beträgt 23 cm). Auf der Höhe von 18,15 cm befindet sich eine 0,5 l Marke.

Zeige, dass die Marke korrekt ist.

[6 P]

Lösungen:

1. a) $f(x) = 2,4 x^2$ b) $f(x) = \sqrt{\frac{5}{12}} \cdot \sqrt{x}$ c) $h = 12,36$ cm d) $h = 7,5$ cm $V = 73,6$ ml

2. a) $f(x) = -0,0383 x^2 + 2,85$
 b) $V = 169,64 \text{ m}^3 = 169\,640$ Liter (größer als die offiziellen 145 000 Liter), eine Abschätzung über Zylinder mit kleinsten und größten Radius des Fasses liefert:
 Volumen des Innenzylinders ($r = 2,34$) $V_I = 130 \text{ m}^3$,
 Volumen des Außenzylinders ($r = 2,85$) $V_A = 192 \text{ m}^3$,

3. Die Marke ist korrekt ($V = 0,503$ l)