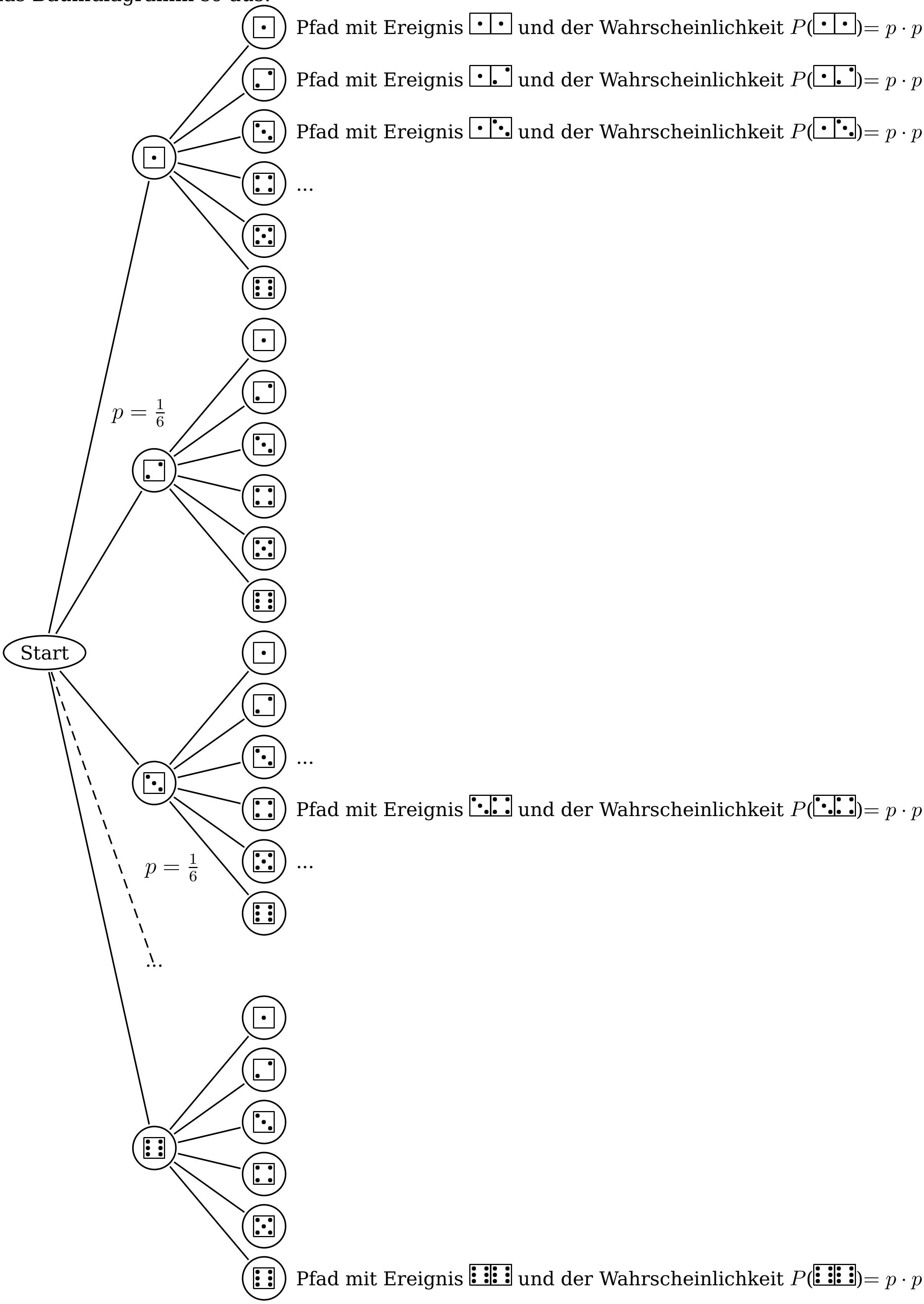
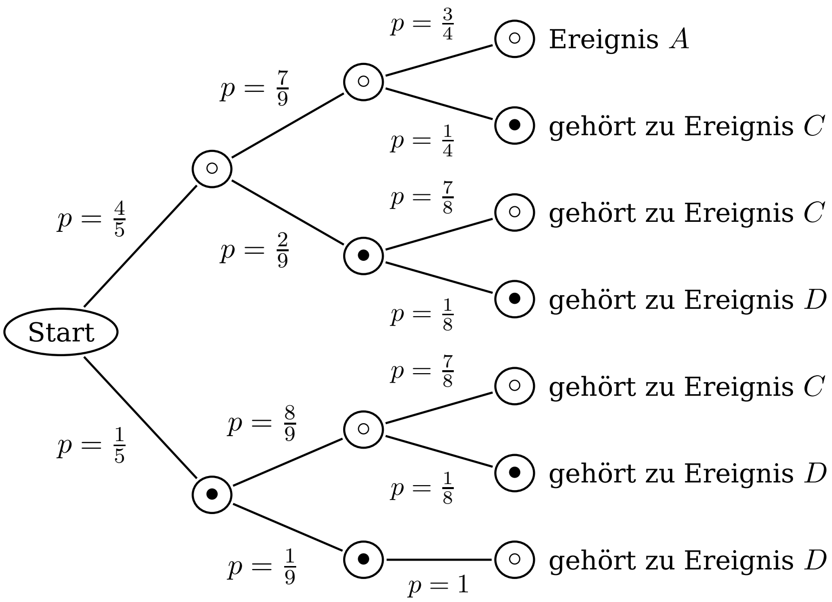
1 Baumdiagramm

Setzt sich ein Zufallsversuch aus mehreren Teilversuchen zusammen, die hintereinander oder auch gleichzeitig ausgeführt werden, so kann man alle möglichen Ausfälle übersichtlich in einem Baumdiagramm darstellen. Ja, richtig gelesen: für die Rechnung ist es Wurscht, ob z.B. 2 Würfel gleichzeitig oder 1 Würfel hintereinander 2-mal geworfen wird, in beiden Fällen sieht das Baumdiagramm so aus:



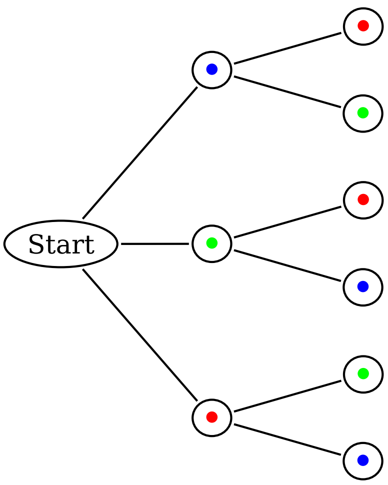
Jeder Zweig des Baumes ist hier mit der Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{6}$ verbunden. Es gilt die **Pfadregel**: Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, z.B. ⚅⚅, ergibt sich, indem man den Pfad, der zu diesem Ereignis führt, folgt, und die Wahrscheinlichkeiten jeder Stufe (jedes Zweiges) multipliziert. Führen mehrere Pfade zum gleichen Ereignis, so addiert man die zu den Pfaden gehörenden Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeit ist also $P($⚅⚅$) = p \cdot p = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

Bei diesem Beispiel war ein Baumdiagramm keine essentielle Hilfe, das Ergebnis ergibt sich auch leicht mit anderen Methoden. Betrachten wir also eine neue Aufgabe: In einer Urne sind 10 Kugeln, davon 8 weiß und 2 schwarz, es werden nacheinander drei Kugeln heraus gezogen. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse $A =$ "3 weiße", $B =$ "3 schwarze", $C =$ „2 weiße und 1 schwarze" und $D =$ „1 weiße und 2 schwarze" Kugeln wurden gezogen? Diese Aufgabe lässt sich gut mit einem Baumdiagramm lösen:



Nach der Pfadregel berechnet sich für das Ereignis A die Wahrscheinlichkeit: $P(A) = \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{7}{15}$. Da nur 2 schwarze Kugeln in der Urne sind, sind 3 schwarze unmöglich, $P(B) = 0$. Alle Pfade, die zum Ereignis C gehören, müssen addiert werden: $P(C) = 3 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{15}$. Entsprechend kann $P(D)$ berechnet werden. Da aber A bis D (eigentlich ohne B) alle logischen Ereignisse 3-maligen Ziehens sind, ist es noch schneller, $P(\overline{D}) = P(A) + P(B) + P(C) = P(A) + P(C) = \frac{7}{15} + \frac{7}{15} = \frac{14}{15}$ zusammen zu zählen und dann mit der Gegenereignis-Regel zu rechnen: $P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 1 - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}$. FERTIG.

Nächste Aufgabe - „das gleiche in grün": eine blaue, eine grüne und eine rote Kugel sind in einem Behälter. Zeichne das Baumdiagramm und bestimme die Ergebnismenge.



Die Ergebnismenge ist $S = \{\textcolor{blue}{\bullet}\textcolor{red}{\bullet}; \textcolor{blue}{\bullet}\textcolor{green}{\bullet}; \textcolor{green}{\bullet}\textcolor{red}{\bullet}; \textcolor{green}{\bullet}\textcolor{blue}{\bullet}; \textcolor{red}{\bullet}\textcolor{green}{\bullet}; \textcolor{red}{\bullet}\textcolor{blue}{\bullet}\}$.