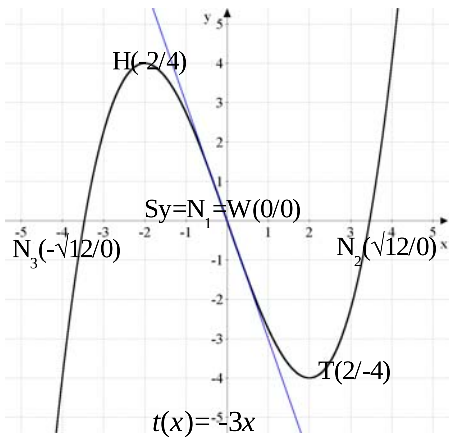
1. $f(x) = 1/4\, x^3 - 3x$ $\quad x \in D(f) = [-3;6]$

- $D(f) = [-3;6]$, $D_{max} = R$, da f ganzrational ist
- Punktsymmetrisch (0PS) zum Ursprung (0|0), da f ganzrational ist und alle Exponenten ungerade sind. (Alternativ könnte man auch beweisen, dass $f(x) = -f(-x)$ ist)
- Im Unendlichen verhält sich die Funktion wie folgt:
  $x \to \infty: \ f(x) \to \infty$
  $x \to -\infty: f(x) \to -\infty$
  weil $f(x)$ ganzrational ist, der Grad ungerade (n=3) ist und der Koeffizient $a_n > 0$ ist.
- Schnittpunkte mit den Achsen:
  - <u>y-Achse:</u> Bedingung $x=0 \Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow S_y(0|0)$
  - <u>x-Achse</u>: Bedingung $f(x)=0 \Rightarrow 1/4\, x^3 - 3\,x = 0$ Ausklammern
    $\Leftrightarrow x\,(1/4\, x^2 - 3) = 0 \Rightarrow x_1=0$
    oder: $1/4\, x^2 - 3 = 0$
    $\Leftrightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x_{2,3} = \pm\sqrt{12}$
    $\Rightarrow N_1(0|0)$; $N_2(\sqrt{12}|0)$; $N_3(-\sqrt{12}|0)$
- Extrempunkte: Wir bilden erst einmal alle 3 Ableitungen:
  $f'(x)= 3/4\, x^2 - 3$
  $f''(x)= 3/2\, x$
  $f'''(x)= 3/2$
  <u>notwendige Bedingung für Extrema</u>: $f'(x)= 0 \Rightarrow 3/4\, x^2 - 3 = 0$
  $\Leftrightarrow x^2 = 4$
  $\Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$
  <u>Überprüfen:</u>
  $f''(2)=3 >0 \Rightarrow$ Minimalstelle!
  $f''(-2)=-3<0 \Rightarrow$ Maximalstelle! (hätte man auch wegen der Symmetrie begründen können)
  <u>Funktionswerte</u>:
  $f(2)= 8/4 -3\cdot 2 = -4 \Rightarrow$ Tiefpunkt T(2|-4)
  $f(-2)= -8/4+3\cdot 2 = 4 \Rightarrow$ Hochpunkt H(-2|4)
- Wendepunkte: <u>notwendige Bedingung</u> $f''(x)=0 \Rightarrow 3/2\, x = 0$
  $\Leftrightarrow x = 0$
  <u>Überprüfen:</u>
  $f'''(0) \neq 0 \Rightarrow$ Es liegt eine Wendestelle vor!
  <u>Funktionswert:</u>
  $f(0) = 0 \Rightarrow W(0|0)$
- Wendetangente: Bestimmen der Tangente im Wendepunkt
  - allgemeine Geradengleichung der Tangente: $t(x) = mx + b$
  - wir kennen den y-Wert $t(x) = 0$ und den x-Wert $x = 0$ (aus dem Wendepunkt W(0|0) abgelesen)
  - Wir berechnen die Steigung (f' ist m!) an dieser Stelle x=0:
    $f'(0) = 3/4\cdot 0^2 - 3 = -3 \Rightarrow$ Die Steigung der Tangente beträgt $m = -3$
  - Einsetzen in allgemeine Geradengleichung und Auflösen nach b:
    $0 = -3\cdot 0 + b$
    $\Leftrightarrow 0 = b$
    $\Rightarrow$ Tangentengleichung: $t(x)= -3x + 0$ (oder kurz: $t(x)= -3x$)
- Graph mit allen berechneten Punkten:
  (der Graph darf wegen $D(f)$ bis auf $x = 6$ erweitert werden)



2. $f(x) = -1/6\, x^4 + x^2 - 4/3\, x + 1/2$, $x \in D(f) = [-4;2]$ **(mit der Polynomdivision)**

- $D = [-4;2]$, $D_{max} = R$, da f ganzrational ist
- keine Symmetrie, da gerade und ungerade Exponenten
- Im Unendlichen verhält sich die Funktion wie folgt:
  $x \to \infty$: $f(x) \to -\infty$
  $x \to -\infty$: $f(x) \to -\infty$
  weil $f(x)$ ganzrational ist, der Grad gerade (n=4) ist und der Koeffizient $a_n < 0$ ist.
- Schnittpunkte mit den Achsen:
  - <u>y-Achse:</u> Bedingung $x=0 \Rightarrow f(0)=1/2 \Rightarrow S_y(0 \mid 1/2)$
  - <u>x-Achse</u>: Bedingung $f(x)=0 \Rightarrow -1/6\, x^4 + x^2 - 4/3\, x + 1/2 = 0$
    $\Leftrightarrow x^4 - 6x^2 + 8x - 3 = 0$
    $\Rightarrow$ geraten: $x_1 = 1$; weiter mit Polynomdivision (alternativ Horner-Schema):
    $(x^4 - 6x^2 + 8x - 3) : (x-1) = x^3 + x^2 - 5x + 3$
    $\underline{-(x^4-x^3)}$
    x^3-6x^2
    $\underline{-(x^3-x^2)}$
    $-5x^2+8x$
    $\underline{-(5x^2+5x)}$
    $3x-3$
    $\underline{-(3x-3)}$
    0

    erneut raten: $x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0 \Rightarrow x_2=1 \Rightarrow$ Polynomdivision:
    $(x^3+x^2-5x+3) : (x-1) = x^2+2x-3$
    $\underline{-(x^3-x^2)}$
    $2x^2-5x$
    $\underline{-(2x^2-2x)}$
    $-3x+3$
    $\underline{-(-3x+3)}$
    0

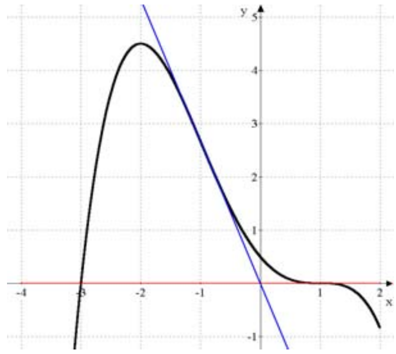
    weiter mit:
    $x^2 + 2x - 3 = 0$
    $\Rightarrow x_3 = -3$; $x_4 = +1$

    $\Rightarrow N_{1,2,3}(1|0)$; $N_4(-3|0)$ (N_1 ist dreifache Nullstelle!!)
- Extrempunkte: Wir bilden erst einmal alle 3 Ableitungen:
  $f'(x) = -2/3\, x^3 + 2x - 4/3$
  $f''(x) = -2x^2 + 2$
  $f'''(x) = -4x$
  <u>notwendige Bedingung für Extrema</u>: $f'(x)=0 \Rightarrow -2/3\, x^3 + 2x - 4/3 = 0$
  $\Leftrightarrow 2x^3 - 6x + 4 = 0$; geraten: $x_1 = 1$; weiter mit Polynomdivision!!!
  $\Rightarrow (2x^3 - 6x + 4) : (x-1) = 2x^3 + 2x - 4$
  $\underline{-(2x^3-2x^2)}$
  $2x^2-6x$
  $\underline{-(2x^2-2x)}$
  $-4x+4$
  $\underline{-(-4x+4)}$
  0

  weiter mit: $2x^3 + 2x - 4 = 0$
  $\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$
  $\Rightarrow x_2 = 1$; $x_3 = -2$
  (Beachte $x_{1,2}=1$ ist doppelte Nullstelle der Ableitung)

  <u>Überprüfen:</u>
  $f''(1)=0 \Rightarrow$ Überprüfen mit VZW-Kriterium ist nötig (gehen wir dazu 1 links bzw. rechts)!
  $f'(0) = -4/3 < 0$ (links vom Kandidaten fällt die Funktion)
  $f'(2) = -16/3 + 4 - 4/3 = -8/3 < 0 \Rightarrow$ kein VZW $\Rightarrow$ kein Extremum sondern Sattelpunkt!
  $f'(-2) = -6 < 0 \Rightarrow$ Maximalstelle!
  <u>Funktionswerte</u>:
  $f(1) = -1/6 + 1 - 4/3 + 1/2 = (-1+6-8+3)/6 = 0 \Rightarrow W_S(1|0)$
  $f(-2) = -16/6 + 4 + 8/3 + 1/2 = (-16+24+16+3)/6 = 9/2 \Rightarrow$ Hochpunkt $H(-2 \mid 9/2)$
- Wendepunkte: <u>notwendige Bedingung</u> $f''(x)=0 \Rightarrow -2x^2 + 2 = 0$
  $\Leftrightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1$
  <u>Überprüfen:</u>
  $f'''(1) = -4 \neq 0 \Rightarrow$ Es liegt eine Wendestelle (dreifache Nullstelle!) vor $\Rightarrow W_S(1|0)$ (s.o.)
  $f'''(-1) = 4 \neq 0$ Es liegt eine Wendestelle vor!
  <u>Funktionswert:</u>
  $f(-1) = -1/6 + 1 + 4/3 + 1/2 = (-1+6+8+3)/6 = 8/3 \Rightarrow W(-1 \mid 8/3)$

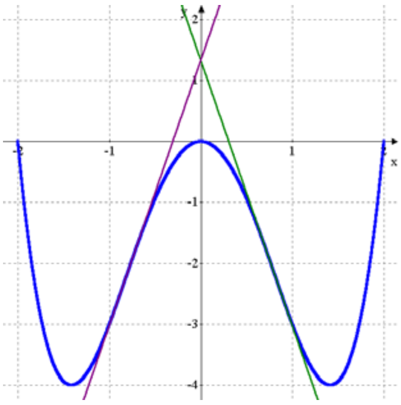
- Wendetangente: Bestimmen der Tangente im Wendepunkt
  Tangente im Sattelpunkt (Steigung 0): $t_1(x) = 0$ (x-Achse.)
  in W: $t_2(x) = mx + b$ mit $m = f\,'(-1) = 2/3 - 2 - 4/3 = -8/3$
  $b = t_2(x) - mx = 8/3 - (-8/3)\cdot(-1) = 0$
  $t_2(x) = -8/3\,x$
- Graph: (Der nebenstehende Graph darf wegen D(f) bis auf $x = -4$ erweitert werden)



3. $f(x) = x^4 - 4x^2$ $\quad x \in D(f)$ $\quad$ **(mit Ausklammern)**

- $D_{max} = \mathbb{R}$, da f ganzrational ist
- y-Achsensymmetrisch (YAS), da f ganzrational ist und alle Exponenten von x gerade sind.
  (Alternativ könnte man auch beweisen, dass $f(x) = f(-x)$ ist)
- Im Unendlichen verhält sich die Funktion wie folgt:
  $x \to \infty$: $f(x) \to \infty$
  $x \to -\infty$: $f(x) \to \infty$
  weil $f(x)$ ganzrational ist, der Grad gerade (n=4) ist und der Koeffizient $a_n > 0$ ist.
- Schnittpunkte mit den Achsen:
  - <u>y-Achse:</u> Bedingung x=0 $\Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow S_y(0|0)$
  - <u>x-Achse</u>: Bedingung $f(x)=0 \Rightarrow x^4 - 4x^2 = 0$ (x^2 lässt sich ausklammern)
    $\Leftrightarrow x^2\ (x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x_{1,2}=0$ (doppelte Nullstelle!)
    oder: $x^2 - 4 = 0$
    $\Leftrightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_{3,4} = \pm 2$
    $\Rightarrow N_{1,2}(0|0)$; $N_3(2|0)$; $N_4(-2|0)$
- Extrempunkte: Wir bilden erst einmal alle 3 Ableitungen:
  $f\,'(x)= 4x^3 - 8x$
  $f\,''(x)= 12x^2 - 8$
  $f\,'''(x)= 24x$
  <u>notwendige Bedingung für Extrema</u>: $f\,'(x)=0 \Rightarrow 4x^3 - 8x = 0$
  $\Leftrightarrow x = 0 \vee 4x^2-8 = 0$
  $\Rightarrow x_{2,3} = \pm\sqrt{2}$
  <u>Überprüfen:</u>
  $f\,''(\sqrt{2})=16 > 0 \Rightarrow$ Minimalstelle!
  $f\,''(-\sqrt{2})=16>0 \Rightarrow$ Minimalstelle! (logisch wegen der Symmetrie YAS)
  $f\,''(0) = -8 < 0 \Rightarrow$ Maximalstelle!
  <u>Funktionswerte</u>:
  $f(\sqrt{2})= 4-8 = -4 \Rightarrow$ Tiefpunkt $T_1(\sqrt{2}|-4)$
  $f(-\sqrt{2})= -4 \Rightarrow$ Tiefpunkt $T_2(-\sqrt{2}|4)$
  H(0|0) (siehe S_y)
- Wendepunkte: <u>notwendige Bedingung</u> $f\,''(x)=0 \Rightarrow 12x^2 - 8=0$
  $\Leftrightarrow x^2 = 2/3 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{2/3}$
  <u>Überprüfen:</u>
  $f\,'''(\pm\sqrt{2/3}) \neq 0 \Rightarrow$ Es liegt eine Wendestelle vor!
  <u>Funktionswert:</u>
  $f(\pm\sqrt{2/3}) = 4/9 - 8/3 = -20/9 \Rightarrow W(\pm\sqrt{2/3} \mid -20/9)$
- Wendetangenten: Bestimmen der Tangente im Wendepunkt
  - allgemeine Geradengleichung der Tangente: $t(x) = mx + b$
  - wir kennen den y-Wert $t(x)=-20/9$ und den x-Wert $x=\sqrt{2/3}$ (aus dem Wendepunkt $W(\sqrt{2/3} \mid -20/9)$ abgelesen)
  - Wir berechnen die Steigung (m) an dieser Stelle $x=\sqrt{\mathbf{2/3}}$
    $f\,'(\sqrt{\mathbf{2/3}}) = 4\cdot\sqrt{\mathbf{2/3}}^{\,3} - 8\sqrt{\mathbf{2/3}} = \sqrt{2/3}\,(8/3 - 8) = -16/3 \cdot \sqrt{2/3} \Rightarrow$ Die Steigung der Tangente beträgt $m = -16/3 \cdot \sqrt{2/3}$

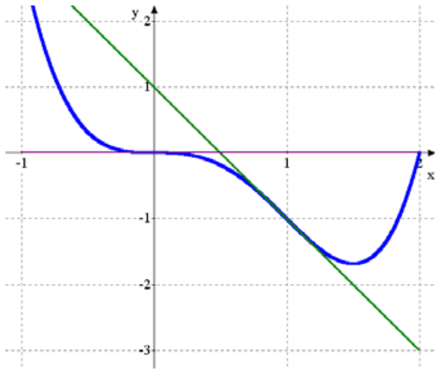
- Einsetzen in allgemeine Geradengleichung und Auflösen nach b:
  $-20/9 = \sqrt{2/3} \cdot (-16/3 \cdot \sqrt{2/3}) + b$
  $\Leftrightarrow -20/9 = -32/9 + b \;\Rightarrow b = 12/9 = 4/3$
  $\Rightarrow$ Tangentengleichung: $t(x) = -16/3\sqrt{2/3} \cdot x + 4/3$
- Graph mit allen berechneten Punkten:



4. $f(x) = x^4 - 2x^3 \quad x \in D(f) = [-1;2]$) **(mit Ausklammern)**

- $D_{max} = \mathbb{R}$, da f ganzrational ist
- keine Symmetrie vorhanden, da f ganzrational ist und die Exponenten von x sowohl gerade also auch ungerade sind.
- Im Unendlichen verhält sich die Funktion wie folgt:
  $x \to \infty: \; f(x) \to \infty$
  $x \to -\infty: f(x) \to \infty$
  weil $f(x)$ ganzrational ist, der Grad gerade (n=4) ist und der Koeffizient $a_n > 0$ ist.
- Schnittpunkte mit den Achsen:
  - <u>y-Achse:</u> Bedingung $x=0 \Rightarrow f(0)=0 \;\Rightarrow S_y(0|0)$
  - <u>x-Achse</u>: Bedingung $f(x)=0 \Rightarrow x^4 - 2x^3 = 0$ (x^3 lässt sich ausklammern)
    $\Leftrightarrow x^3\,(x-2) = 0 \;\Rightarrow x_{1,2,3}=0$ (dreifache Nullstelle!)
    oder: $x-2 = 0$
    $\Rightarrow x_4 = 2$
    $\Rightarrow N_{1,2,3}(0|0); N_4(2|0)$ (dreifache Nullstelle!)
- Extrempunkte: Wir bilden erst einmal alle 3 Ableitungen:
  $f'(x) = 4x^3 - 6x^2$
  $f''(x) = 12x^2 - 12x$
  $f'''(x) = 24x - 12$
  <u>notwendige Bedingung für Extrema</u>: $f'(x)=0 \Rightarrow 4x^3 - 6x^2 = 0$
  $\Leftrightarrow x_{1,2} = 0 \vee 4x-6 = 0$
  $\Rightarrow x_3 = 3/2$
  <u>Überprüfen:</u>
  $f''(0)=0 \;\Rightarrow$ Überprüfung mit VZW-Kriterium nötig:
  $f'(-1) = -4-6=-10$
  $f'(1) = 4-6 = -2$ $\Rightarrow$ kein VZW $\Rightarrow$ kein Extremum sondern Sattelpunkt!
  $f''(3/2) = 12 \cdot 9/4 - 12 \cdot 3/2 = 27-18=9>0 \Rightarrow$ Minimalstelle!
  <u>Funktionswerte</u>:
  $f(0) = 0 \;\Rightarrow$ Sattelpunkt $W_S(0|0)$
  $f(3/2) = 81/16 - 54/8 = -27/16 \Rightarrow$ Tiefpunkt $T(3/2 \mid -27/16)$
- Wendepunkte: <u>notwendige Bedingung</u> $f''(x)=0 \Rightarrow 12x^2 - 12x = 0$
  $\Leftrightarrow x = 0 \vee 12x - 12 = 0 \;\Rightarrow x_2 = 1$
  <u>Überprüfen:</u>
  $f'''(0) = -12 \neq 0 \Rightarrow$ Es liegt eine Wendestelle vor!
  $f'''(1) = 12 \neq 0$ Es liegt eine Wendestelle vor!
  <u>Funktionswert:</u>
  $W_1 = S_y$
  $f(1)=-1 \Rightarrow W_2(1|-1)$
- Wendetangenten: Bestimmen der Tangente im Wendepunkt
  - allgemeine Geradengleichung der Tangente: $t(x) = mx + b$
  - Wir berechnen die Steigung (das ist m!) an der Stelle $x=\mathbf{1}$:
    $f'(\mathbf{1}) = 4-6=-2$ (vgl. o. VZW) $\;\Rightarrow$ Die Steigung der Tangente beträgt $m = -2$

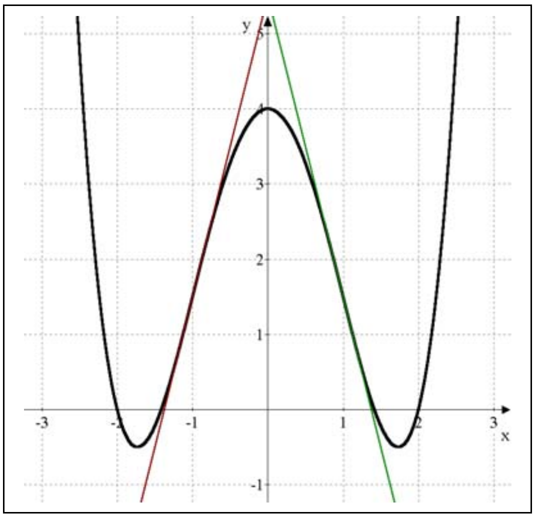
- Einsetzen in allgemeine Geradengleichung und Auflösen nach b:
  $-1 = -2 \cdot 1 + b$
  $\Leftrightarrow b = 1$
  $\Rightarrow$ Tangentengleichung: $t(x) = -2x + 1$
- Graph mit allen berechneten Punkten:



• • • • • • • • •

9. $f(x) = 0{,}5\,x^4 - 3x^2 + 4 \quad x \in D(f)$ **(mit Substitution)**

- $D_{max} = \mathbb{R}$, da f ganzrational ist
- y-achsensymmetrisch (YAS), da f ganzrational ist und die Exponenten von x gerade sind.
- Im Unendlichen verhält sich die Funktion wie folgt:
  $x \to \infty: \; f(x) \to \infty$
  $x \to -\infty: f(x) \to \infty$
  weil $f(x)$ ganzrational ist, der Grad gerade (n=4) ist und der Koeffizient $a_n > 0$ ist.
- Schnittpunkte mit den Achsen:
  - y-Achse: Bedingung $x=0 \Rightarrow f(0)=4 \Rightarrow S_y(0|4)$
  - x-Achse: Bedingung $f(x)=0 \Rightarrow 1/2\, x^4 - 3x^2 + 4 = 0$
    $\Leftrightarrow x^4 - 6x^2 + 8 = 0 \quad$ mit $x^2 = z \quad$ (also: $x = \pm\sqrt{z}$)
    $\Rightarrow z_{1,2} = 3 \pm \sqrt{(9-8)} = 3 \pm 1$
    $\Rightarrow z_1 = 4 \vee z_2 = 2 \quad \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2, \quad x_{3,4} = \pm\sqrt{2}$
    $\Rightarrow N_{1,2}(\pm 1|0);\ N_{3,4}(\pm\sqrt{2}|0)$
- Extrempunkte: Wir bilden erst einmal alle 3 Ableitungen:
  $f'(x) = 2x^3 - 6x$
  $f''(x) = 6x^2 - 6$
  $f'''(x) = 12x$
  notwendige Bedingung für Extrema: $f'(x)=0 \Rightarrow 2x^3 - 6x = 0$
  $\Leftrightarrow x_1 = 0 \vee 2x^2 - 6 = 0$
  $\Rightarrow x_{2,3} = \pm\sqrt{3}$
  Überprüfen:
  $f''(0) = -6 < 0 \Rightarrow$ Maximum
  $f''(\sqrt{3}) = 12 > 0 \Rightarrow$ Minimum
  wegen Symmetrie (YAS): $x = -\sqrt{3} \Rightarrow$ Minimalstelle
  Funktionswerte:
  Hochpunkt $H = S_y(0|4)$
  $f(\sqrt{3}) = 9/2 - 9 + 4 = -0{,}5 \Rightarrow$ Tiefpunkt $T(\sqrt{3} \mid -0{,}5)$
- Wendepunkte: notwendige Bedingung
  $f''(x)=0 \Rightarrow 6x^2 - 6 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$
  Überprüfen:
  $f'''(1) = 12 \neq 0$ Es liegt eine Wendestelle vor!
  Funktionswert:
  $f(1) = 1/2 - 3 + 4 = 1{,}5 \Rightarrow W_1(1 \mid 1{,}5)$
  wegen YAS: $W_2(-1 \mid 1{,}5)$
- Wendetangenten: Bestimmen der Tangente im W.
  - in W_1: $\quad m = f'(1) = -4$
    $b = t_2(x) - mx = 1{,}5 - (-4)1 = 5{,}5$
    $\Rightarrow$ Tangentengleichung: $t_1(x) = 4x + 5{,}5$
    wegen Symmetrie: $\quad t_2(x) = -4x + 5{,}5$
- Graph mit allen berechneten Punkten (s. re.):



Nach diesen ausführlichen Musterlösungen sollte es kein Problem sein, die anderen Aufgaben zu lösen. Deswegen werden nun die Lösungen ohne Rechenweg und ohne Begründung angegeben. Für eine Hausaufgabe oder ähnliches ist das folgende klar inakzeptabel! Zum Vergleichen wird es aber hilfreich sein (S.213 komplett gelöst).

Für alle ganzrationalen Funktionen gilt für den maximalen Definitionsbereich D_{max} = R

5. $f(x)=4x^2-2x^4$ *y*-achsensymmetrisch (YAS), $S_y(0|0)$, $N_1(-\sqrt{2}|0), N_{2,3}(0|0), N_4(\sqrt{2}|0)$
- $T(0|0)$, $H_1(-1|2)$, $H_2(1|2)$ $W_1(-\sqrt{\frac{1}{3}}|\frac{10}{9}), W_2(\sqrt{\frac{1}{3}}|\frac{10}{9})$

6. $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{4}{3}x^3+2x^2$ weder YAS noch 0PS, $S_y(0|0)$, $N_{1,2}(0|0)$
- $T(0|0)$ $W_S(-2|\frac{4}{3}), W(-\frac{2}{3}|\frac{44}{81})$

7. $f(x)=x^3-3x^2-x+3$ weder YAS noch 0PS, $S_y(0|3)$, $N_1(1|0)$, $N_2(-1|0)$, $N_3(3|0)$
- $T(1+2\sqrt{\frac{1}{3}}|-\frac{16}{9}\sqrt{3}), H(1-2\sqrt{\frac{1}{3}}|\frac{16}{9}\sqrt{3})$ $W(1|0)$

8. $f(x)=x^3-4x-16$ weder YAS noch 0PS
- $S_y(0|-16)$, $N \approx (3{,}04|0)$ mit „normalen“ Mitteln nicht lösbar (jedoch mit TR Casio ***fx-991ES***, Mode 5, 4).
- $H \approx (-1{,}15|-12{,}92)$, $T \approx (1{,}15|-19{,}08)$ $W(0|16)$

10. $f(x)=x^3-6x^2+9x-2$ weder YAS noch 0PS, $S_y(0|-2)$, $N_1(2-\sqrt{3}|0), N_2(2+\sqrt{3}|0), N_3(2|0)$
- $H(1|2)$, $T(3|-2)$ $W(2|0)$

11. $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{4}{3}x^3+2x^2+2$ weder YAS noch 0PS $S_y(0|2)$, kein N
- $T(0|2)$, kein H $W(\frac{2}{3}|\frac{9}{4}), W_S(2|\frac{10}{3})$

12. $f(x)=\frac{1}{12}x^4-\frac{1}{6}x^3+x^2$ weder YAS noch 0PS, $S_y(0|0)$, $N_{1,2}(0|0), N_3(1-\sqrt{13}|0), N_4(1+\sqrt{13}|0)$
- $H(0|0)$, $T_1 \approx (-1{,}81|-1{,}39)$, $T_2 \approx (3{,}31|-6{,}97)$ $W_1(-1|-\frac{3}{4}), W_2(2|-4)$

13. $f(x)=x^3-6x^2+9x$ weder YAS noch 0PS, $S_y(0|0)$, $N_1(0|0)$, $N_{2,3}(3|0)$
- $H(1|4)$, $T(3|0)$, $W(2|2)$

14. $f(x)=x^3-3x^2+3x-1$ weder YAS noch 0PS, $S_y(0|-1)$, $N(1|0)$ (geraten, mit Polynomdivision oder TR)
- keine Extrema, $W_S(1|0)$

15. $f(x)=x^4-4x^3+x^2+6x$ weder YAS noch 0PS, $S_y(0|0)$, $N_1(-1|0)$, $N_2(0|0)$, $N_3(2|0)$, $N_4(3|0)$
- $H(1|4)$, $T_1(1-\frac{1}{2}\sqrt{10}|-\frac{9}{2}), T_2(1+\frac{1}{2}\sqrt{10}|-\frac{9}{2})$ $W_1 \approx (0{,}09|0{,}528)$, $W_2 \approx (1{,}91|0{,}528)$