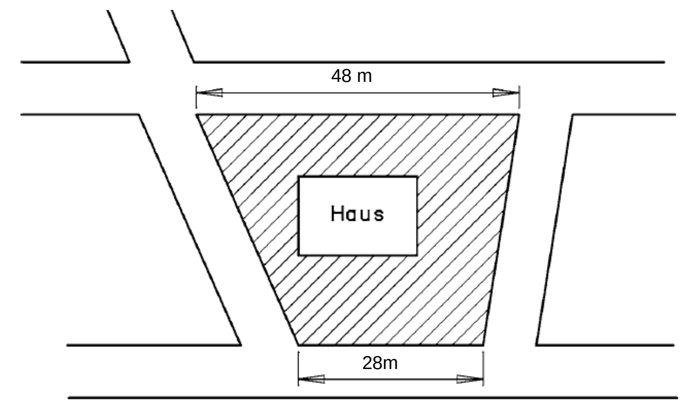
AUFGABEN (für max. 90 Minuten Bearbeitungszeit)

1.) Familie Deutschmann hat einen Bauplatz gekauft. Er liegt zwischen den Parallelstraßen Waldstraße und Hauptstraße, die einen Abstand von 35 Metern voneinander haben. Der Bauplatz ist an der Nordseite 48 Meter und an der Südseite 28 Meter lang (siehe Skizze: schraffierte Fläche). Das Haus selbst ist 18 Meter lang und 10 Meter breit. Wie viel Fläche bleibt für den Garten? Lösungen



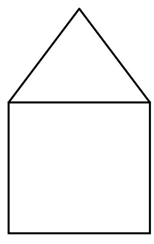
2.) Ein quadratischer Bauplatz hat eine Fläche 121 m². Wie lang wird der Zaun sein?

3.) Bei einem rechteckigen Sportplatz ist die Innenbahn 400 m lang und die längste Seite beträgt 120 m. Wie groß ist die Rasenfläche?

4.) Ein Quader hat die Seitenlängen 2 m, 3 m und 5 m. Wie groß sind sein Volumen und seine Oberfläche?

5.) Eine Schlosserei erhält von dem Hersteller von Lebkuchenhäusern den Auftrag für die Produktion, Schablonen für die Kopiermaschinen herzustellen. Dabei ist die Frage nach dem Material von Bedeutung. Die Schablone wird aus Aluminium (Dichte = ρ = 2,7g/cm³) hergestellt. Für die Kosten ist es weiterhin von Bedeutung, wie viele Schablonen aus einer Blechplatte 3000 mm mal 1000 mm hergestellt werden können, wenn nur eine gerade schneidende Blechschere zur Verfügung steht.
a) Wie groß ist die Fläche der gesamten Schablone in mm²?
b) Wie groß ist die Fläche in cm²?
c) Wie schwer ist die Schablone, wenn sie eine Stärke von 5 mm hat?
d) Wie viele Teile kann ich aus der vorgegebenen Platte herstellen?

Die Lebkuchenform lässt sich hierbei zerlegen in ein gleichschenkliges Dreieck mit der Höhe 150 mm (=15 cm = 0,15 m) und in ein Quadrat mit Seitenlänge 150 mm (=15 cm = 0,15 m), so dass die Gesamthöhe dieser Form 300 mm (= 30 cm) beträgt.



MUSTERLÖSUNG
===============

1.) Man erkennt, dass es sich bei dem Bauplatz um ein Trapez handelt. Es ergibt sich aus dem Text und der Zeichnung: a=28, c=48 und h=35. Nach der Formelsammlung ist die Fläche des Bauplatzes (Trapezformel): $A = \frac{(a+c)}{2} \cdot h = \frac{(28+48)}{2} \cdot 35 = 1330$ Quadratmeter groß. Die Gartenfläche ist höchstens so groß wie die Bauplatzfläche (1330 m²) abzüglich der Hausfläche. Das Haus ist ein Rechteck mit den Maßen a=18, b=10, d.h. die abzuziehende Rechteckfläche ist $A_{Haus} = a \cdot b = 18 \cdot 10 = 180$ Quadratmeter. Für die Gartenfläche bleiben also höchstens 1330 m² - 180 m² = 1150 Quadratmeter.

2.) Für ein Quadrat ist die Fläche A=a². Also ist 121= a² | √
11=a , d.h. die Seitenlänge des quadratischen Bauplatzes beträgt 11 m.
Der Zaun ist so lang wie der Umfang, laut Formel $U = 4 \cdot a = 4 \cdot 11 = 44$, also ist der Zaun 44 Meter lang.

3.) Wir nehmen an, dass die Innenbahn direkt an den Sportplatz anschließt, so dass der Umfang der rechteckigen Rasenfläche etwa 400 m beträgt. Außerdem beträgt die längere Seite des Rechtecks a=120 Meter, die kürzere Seite b ist unbekannt. Somit gilt für den Umfang $U = 2 \cdot a + 2 \cdot b$, also $400 = 2 \cdot 120 + 2 \cdot b$ | -240
160=2b | :2 => 80 = b , d.h. die andere Seite der Rasenfläche ist 80 Meter groß.
Demnach beträgt die Rasenfläche $A = a \cdot b = 120 \cdot 80 = 9600$ Quadratmeter.

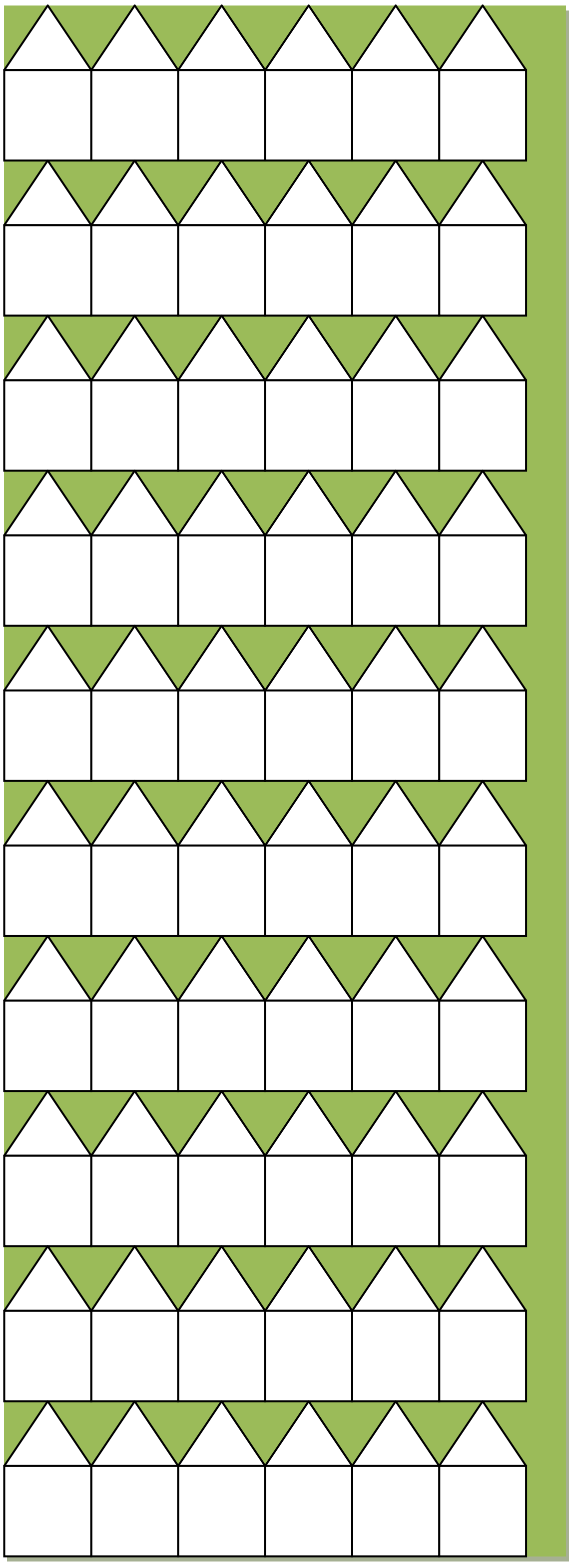
4.) Das Volumen eines Quaders ist $V = a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ Kubikmeter. Der Quader hat 3 Paare von rechteckigen Flächen, also ist die Oberfläche des Quaders $O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) = 2 \cdot (2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5) = 2 \cdot (6 + 10 + 15) = 62$ Quadratmeter.

5.) a) Da das Dreieck genau auf das Quadrat passt, ist die Grundseite des Dreiecks gleich der Seitenlänge des Quadrats, also g=150 mm. Die Höhe des Dreiecks ist gegeben als h=150 mm, somit ergibt sich die Dreiecksfläche $A_{Dreieck} = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{150 \text{ mm} \cdot 150 \text{ mm}}{2} = 11250$ mm², in cm sind es $A_{Dreieck} = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{15 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}}{2} = 112{,}5$ cm². Für das Quadrat ergibt sich A=a²=(150 mm)²=22500 mm², in cm sind es A=a²=(15 cm)²=225 cm². Die Fläche der Schablone ist dann zusammen 11250 mm² + 22500 mm² = 33750 mm².

b) Die Fläche der Schablone ist in cm²: 112,5 cm² + 225 cm² = 337,5 cm².

c) Die Dicke (Höhe) der Schablone ist 5 mm, das ist 0,5 cm. Das Volumen der Schablone ergibt sich aus Fläche mal Dicke (Höhe). Es handelt sich nämlich um ein sogenanntes Prisma, für das gilt $V = G \cdot h = 337{,}5 \text{ cm}^2 \cdot 0{,}5 \text{ cm} = 168{,}75 \text{ cm}^3$, das Volumen des Aluminiumstücks ist also 168,75 cm³. Die Dichte ist das Verhältnis von Masse zu Volumen: $\rho = \frac{m}{V}$, das bedeutet, dass die Masse das Produkt aus Dichte und Volumen ist: $m = \rho \cdot V$. Das Aluminiumstück ist also $m = 2{,}7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 168{,}75 \text{ cm}^3 = 455{,}625 \text{ g}$ schwer, wiegt demnach rund 456 Gramm.

5.) d) Die Blechplatte ist offenbar rechteckig mit den Maßen 3000 mm mal 1000 mm, also 300 cm mal 100 cm. Da die Höhe der Schablone 30 cm beträgt, ist es naheliegend, dass vertikal 10 Schablonen geschnitten werden (wir nehmen an, das durch das Schneiden der Platte kein Millimeter verloren geht): $\frac{300\text{ cm}}{30\text{ cm}} = 10$.
Dann wird längs (horizontal) 100 cm in 15 cm breite Streifen geschnitten (Breite der Schablone ist 15 cm), aber dann bleibt etwas übrig: $\frac{100\text{ cm}}{15\text{ cm}} = 6\frac{2}{3}$, d.h. am rechten Rand bleiben 10 cm übrig, und es wurden insgesamt 10 mal 6, also 60 Lebkuchenschablonen aus der Platte heraus geschnitten.



Man kommt zu dem gleichen Ergebnis, wenn man anders herum schneidet, denn 300 cm geteilt durch 15 cm ergibt zwar 20, aber 100 cm durch 30 cm ergibt nur 3 mit Rest. Und 20 mal 3 ist ebenfalls 60. Durch zu den Rechteckseiten parallele Schnitte erhält man also in jedem Fall genau 60 Lebkuchenschablonen aus der Platte.

Eine höhere Anzahl als 60 wäre möglich, wenn man geschickt und verschachtelt ausschneiden würde. Wenn man kaum Verschnitt hätte, sollte man die Rechteckfläche der Platte fast vollständig ausnutzen können. Die Rechteckfläche ist 300 cm mal 100 cm, also 30000 cm². Dies geteilt durch die Schablonenfläche ist $\frac{30000\text{ cm}^2}{337{,}5\text{ cm}^2} = 88\frac{8}{9}$, also wird man maximal etwa 88 Schablonen aus der Platte irgendwie heraus schneiden können.