Hilfsmittelfreie Aufgaben im schriftlichen Abitur der Analysis, Lin. Algebra und Stochastik:

A1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^x(2\,x + x^2)$ mit $x \in \mathbb{R}$

1.1 Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f.

2 BE

1.2 Zeigen Sie, dass die Funktion F mit $F(x) = x^2 e^x$ eine Stammfunktion von f ist.
Geben Sie eine Gleichung einer weiteren Stammfunktion G von f an, für die $G(1) = 2e$ gilt.

3 BE

A2. Für jeden Wert von $a \in \mathbb{R}$ ist eine Funktion f_a gegeben durch $f_a(x) = a - x^2$ mit $x \in \mathbb{R}$.

2.1 Begründen Sie mithilfe der Lage des speziellen Graphen von f_1 im Koordinatensystem, dass

$$\int_{-1}^{1} f_1(x)\,dx > 0$$

gilt. 2 BE

2.2 Bestimmen Sie denjenigen Wert von a, für den

$$\int_{-1}^{1} f_a(x)\,dx = 0$$

gilt. 3 BE

L1. Eine Firma produziert in einem ersten Schritt aus den Rohstoffen R_1, R_2 und R_3 die Zwischenprodukte Z_1 und Z_2. Daraus werden in einem zweiten Produktionsschritt die Endprodukte E_1, E_2 und E_3 hergestellt. Nachfolgend ist angegeben, wie viele Mengeneinheiten (ME) in den jeweiligen Produktionsschritten zur Herstellung von je einer ME der Zwischen- bzw. Endprodukte verarbeitet werden:

nach / von	Z_1	Z_2
R_1	2	6
R_2	4	4
R_3	6	2

nach / von	E_1	E_2	E_3
Z_1	5	2	8
Z_2	5	8	2

1.1 Berechnen Sie, wie viele ME von R_3 insgesamt benötigt werden, um jeweils eine ME von E_1, E_2 und E_3 herzustellen. 3 BE

1.2 Aufgrund von Lieferschwierigkeiten kann die Firma für R_3 nur noch auf einen Lagerbestand von 40 ME zurückgreifen.

Berechnen Sie, wie viele ME von Zwischenprodukten noch produziert werden können, wenn Z_1 und Z_2 in der gleichen Anzahl von ME produziert werden müssen. 2 BE

L2. Gegeben sind die Matrix A mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ und der Vektor $\vec{u}$ mit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

2.1 Berechnen Sie das Produkt $A \cdot \vec{u}$.

Geben Sie zwei von $\vec{u}$ verschiedene Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$ an, sodass gilt: $A \cdot \vec{u} = A \cdot \vec{v} = A \cdot \vec{w}$.

3 BE

2.2 Zeigen Sie, dass für alle Vektoren $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $(k \in IR)$ gilt: $A \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$.

2 BE

S1. In Urne *A* befinden sich zwei rote und drei weiße Kugeln. Urne *B* enthält drei rote und zwei weiße Kugeln. Betrachtet wird folgendes Zufallsexperiment:
Aus Urne *A* wird eine Kugel zufällig entnommen und in Urne *B* gelegt; danach wird aus Urne *B* eine Kugel zufällig entnommen und in Urne *A* gelegt.

1.1 Geben Sie alle Möglichkeiten für den Inhalt der Urne *A* nach der Durchführung des Zufallsexperiments an.

2 BE

1.2 Betrachtet wird das Ereignis E: Nach Durchführung des Zufallsexperiments befinden sich wieder drei weiße Kugeln in Urne A.
Untersuchen Sie, ob das Ereignis E eine größere Wahrscheinlichkeit als sein Gegenereignis hat.

3 BE

S2. Die Flächen zweier Würfel 1 und 2 sind mit jeweils einem Buchstaben beschriftet.

Würfel 1: B, B, C, C, C, C
Würfel 2: A, A, A, B, B, C

Für jeden der beiden Würfel wird angenommen, dass jede der Flächen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit gewürfelt wird.

2.1 Würfel 1 wird zweimal geworfen.

Eine Zufallsgröße beschreibt, wie oft dabei eine Fläche mit dem Buchstaben B gewürfelt wird.

Berechnen Sie den Erwartungswert dieser Zufallsgröße. 2 BE

2.2 Einer der beiden Würfel wird zufällig ausgewählt und einmal geworfen; es wird eine Fläche mit dem Buchstaben C gewürfelt.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei der Würfel 2 geworfen wurde.

3 BE