Abi2015_Ma_Pool1_A1 Analysis

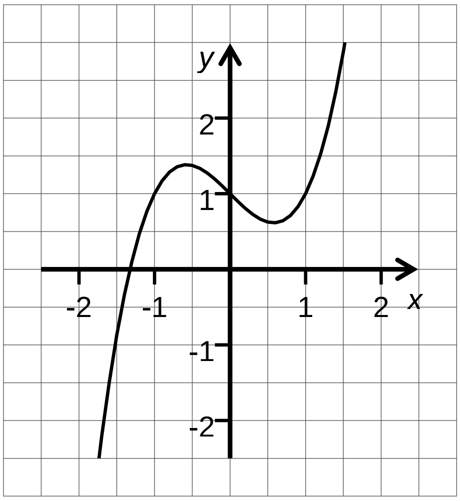
Gegeben sind die in IR definierten Funktionen *f*, *g* und *h* durch
$f(x) = x^2 - x + 1$, $g(x) = x^3 - x + 1$ und $h(x) = x^4 + x^2 + 1$.

1.1 Die Abbildung zeigt den Graphen einer der drei Funktionen.

Geben Sie an, um welche Funktion es sich handelt.

Begründen Sie, dass der Graph die anderen beiden Funktionen nicht darstellt.

3 BE



1.2 Die erste Ableitungsfunktion von h ist h´.

Bestimmen Sie den Wert von $\int_0^1 h'(x)\,dx$. 2 BE

	Vorgaben für die Bewertung
1.1	Die Funktion g wird dargestellt. *Mögliche Begründungen:* Die Funktion f ist eine quadratische Funktion, deren Graph nur einen einzigen Extrempunkt haben kann. Die Funktion h ist eine Funktion mit einem achsensymmetrischen Graphen, der abgebildete Graph ist nicht achsensymmetrisch. 3 BE
1.2	Es ist $\int_0^1 h'(x)\,dx = h(1) - h(0) = 3 - 1 = 2$. 2 BE

Für jeden Wert von a $(a \in IR, a \neq 0)$ ist eine Funktion f_a durch $f_a(x) = a \cdot x^6 - x^4$ $(x \in IR)$ gegeben.

1.1 Bestimmen Sie diejenigen Werte von a, für die f_a mehr als eine Nullstelle hat.

3 BE

1.2 Für genau einen Wert von a hat f_a an der Stelle x=1 ein Minimum. Bestimmen Sie diesen Wert von a.

2 BE

	Vorgaben für die Bewertung
1.1	$f_a(x) = 0$ $\Leftrightarrow \quad (a \cdot x^2 - 1) \cdot x^4 = 0$ $\Leftrightarrow \quad x = 0 \text{ oder } x^2 = \frac{1}{a}$ f_a hat genau dann mehr als eine Nullstelle, wenn gilt a >0. 3 BE
1.2	$f_a'(x) = 6a \cdot x^5 - 4 \cdot x^3$ Die notwendige Bedingung für ein Minimum an der Stelle x=1 ist $f_a'(1) = 6a - 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{2}{3}$. 2 BE

Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\left| \begin{array}{ccccccc} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 23 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 10 \\ & & x_2 & + & 2x_3 & = & 13 \\ & & x_2 & + & x_3 & = & 8 \end{array} \right|$$

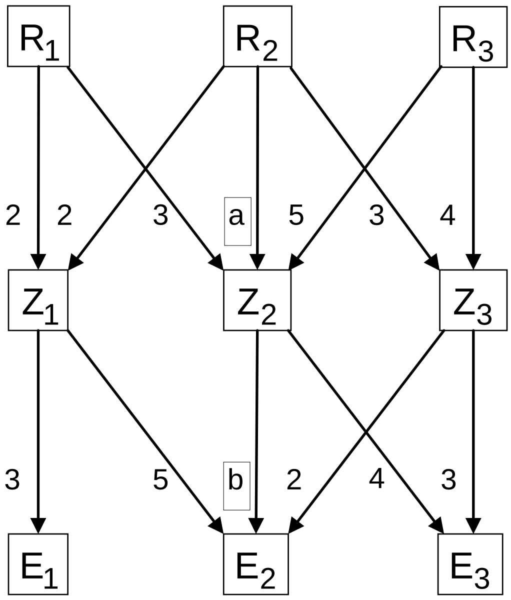
1.1 Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems. 3 BE

1.2 Eine der letzten beiden Gleichungen des Gleichungssystems kann weggelassen werden, ohne dass sich die Lösungsmenge ändert.
Geben Sie diese Gleichung an und begründen Sie Ihre Angabe. 2 BE

	Vorgaben für die Bewertung
1.1	Aus den letzten beiden Gleichungen folgt $x_3 = 5$ und $x_2 = 3$. Dann ergibt sich aus der zweiten Gleichung $x_1 = 2$. Eine Probe in der ersten Gleichung geht auf: $2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 23$. 3 BE
1.2	Die dritte Gleichung ist die Differenz zwischen der ersten und zweiten Gleichung. Somit kann diese weggelassen werden. 2 BE

Ein Betrieb erzeugt aus drei Rohstoffen (R_1, R_2, R_3) drei Zwischenprodukte (Z_1, Z_2, Z_3), die zu drei Endprodukten (E_1, E_2, E_3) weiterverarbeitet werden.
Es gibt Werte für a und b, so dass die Zusammenhänge durch den folgenden Verflechtungsgraphen und die Rohstoff-Endprodukt-Tabelle gegeben sind.

Verflechtungsgraph
Angaben in Mengeneinheiten



Rohstoff-Endprodukt-Tabelle
Anzahl der benötigten Mengeneinheiten der Rohstoffe je Mengeneinheit des Endprodukts

Rohstoff \ Endprodukt	E_1	E_2	E_3
R_1	6	16	12
R_2	6	24	25
R_3	0	18	32

1.1 Der Zusammenhang Rohstoff-Zwischenprodukt wird durch eine Matrix RZ, der Zusammenhang Zwischenprodukt-Endprodukt durch eine Matrix ZE und der Zusammenhang Rohstoff-Endprodukt durch eine Matrix RE beschrieben.
Geben Sie eine Beziehung zwischen diesen drei Matrizen an.

1 BE

1.2 Bestimmen Sie die im Verflechtungsgraphen fehlenden Werte für a und b.

4 BE

	Vorgaben für die Bewertung
1.1	$RZ \cdot ZE = RE$ 1 BE
1.2	Mit $RZ = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$, $ZE = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & b & 4 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ und $RZ \cdot ZE = \begin{pmatrix} 6 & 16 & 12 \\ 6 & 24 & 25 \\ 0 & 18 & 32 \end{pmatrix}$ ergibt sich $4 \cdot a + 9 = 25$; $a = 4$ und $3 \cdot b + 10 = 16$; $b = 2$. 4 BE

Bei der Wintersportart Biathlon wird bei jeder Schießeinlage auf fünf Scheiben geschossen. Ein Biathlet tritt bei einem Einzelrennen zu einer Schießeinlage an, bei der er auf jede Scheibe einen Schuss abgibt. Diese Schießeinlage wird modellhaft durch eine Bernoullikette mit der Länge 5 und der Trefferwahrscheinlichkeit p beschrieben.

1.1 Geben Sie für die folgenden Ereignisse jeweils einen Term an, der die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses in Abhängigkeit von p beschreibt.

- Der Biathlet trifft bei genau vier Schüssen.
- Der Biathlet trifft nur bei den ersten beiden Schüssen.

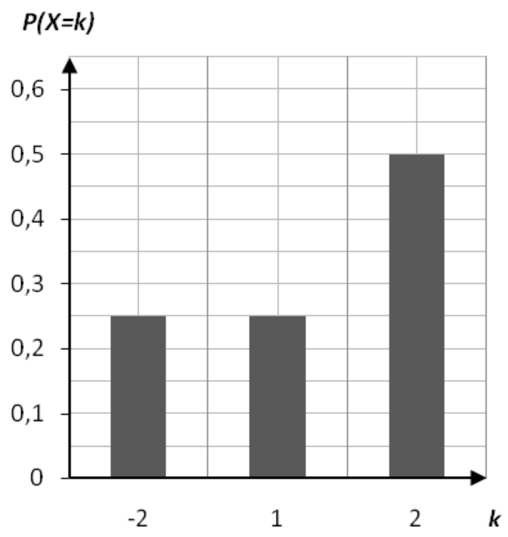
3 BE

1.2 Erläutern Sie anhand eines Beispiels, dass die modellhafte Beschreibung der Schießeinlage durch eine Bernoullikette unter Umständen der Realität nicht gerecht wird.

2 BE

	Vorgaben für die Bewertung
1.1	• $\binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p)$ 1 BE • $p^2 \cdot (1-p)^3$ 2 BE
1.2	z. B.: Trifft der Biathlet bei keinem der ersten drei Schüsse, so hat er möglicherweise aufgrund zunehmender Nervosität beim vierten Schuss eine geringere Trefferwahrscheinlichkeit. 2 BE

Für ein Zufallsexperiment wird eine Zufallsgröße X festgelegt, welche die drei Werte -2, 1 und 2 annehmen kann.
In der Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dargestellt.



Pfeilspitze auf k-Achse entfernen

1.1 Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung den Erwartungswert der Zufallsgröße *X*.

2 BE

1.2 Das Zufallsexperiment wird zweimal durchgeführt. Dabei wird jeweils der Wert der Zufallsgröße X notiert.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe dieser beiden Werte negativ ist.

3 BE

	Vorgaben für die Bewertung
1.1	Berechnung des Erwartungswertes: (-2) · 0,25 + 1 · 0,25 + 2 · 0,5 = 0,75 2 BE
1.2	Die Summe der Werte ist in drei Fällen negativ, zu berechnen sind die Wahrscheinlichkeiten: $P(-2\,\vert\,-2)=\frac{1}{16}=P(-2\,\vert\,1)=P(1\,\vert\,-2)$ Als gesuchte Wahrscheinlichkeit ergibt sich somit: $p=\frac{3}{16}$. 3 BE