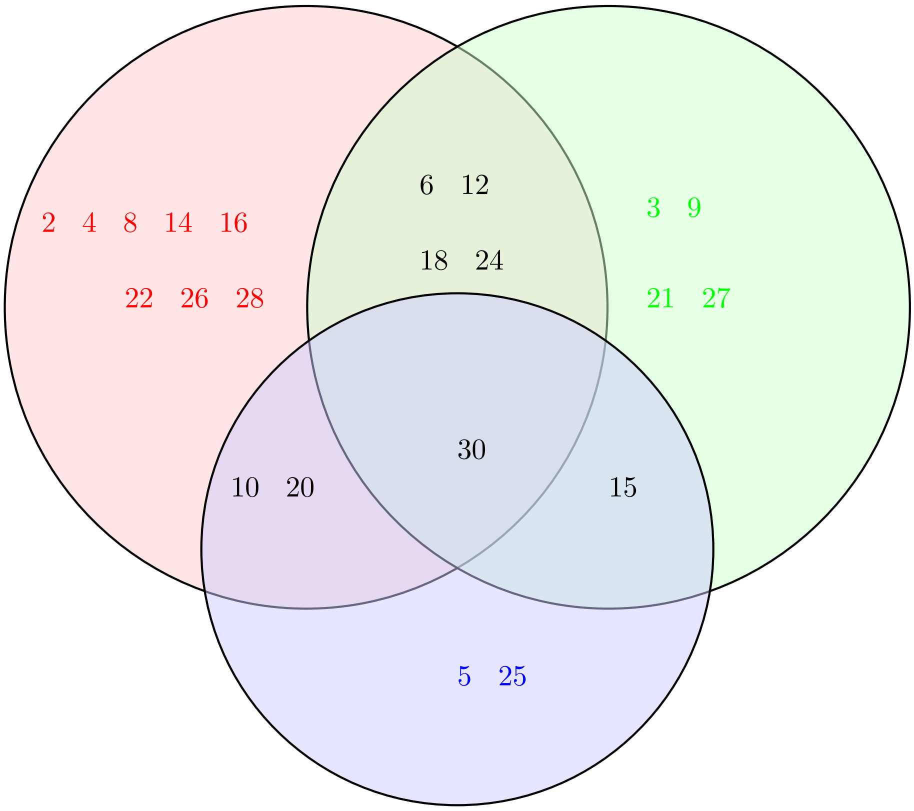
# 1 Allgemeine Summenregel für 3 Oder-Ereignisse

Buch „Strick“, S. 18, Nr. 4. a) In einem Gefäß (Urne) befinden sich 30 gleichartige Kugeln, die von 1 bis 30 nummeriert sind. Eine dieser 30 Kugeln wird zufällig gezogen (Laplace-Annahme). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für $E_1 \cup E_2 \cup E_3$, wenn $E_1$: „gezogene Zahl ist durch 2 teilbar“, $E_2$: „gezogene Zahl ist durch 3 teilbar“, $E_3$: „gezogene Zahl ist durch 5 teilbar“?

Um diese Frage zu beantworten ist es schlau, sich ein Mengendiagramm (VENN-Diagramm) zu zeichnen:




Hierbei sind im roten Kreis alle möglichen Zahlen bis 30, die durch 2 teilbar sind. Im grünen Kreis sind alle möglichen Zahlen bis 30, die durch 3 teilbar sind, und im blauen Kreis die, die durch 5 teilbar sind. Man erkennt hierbei auch die Überschneidungen der Mengen miteinander. Insbesondere sieht man, dass $E_1 \cap E_2 \cap E_3 = \{30\}$, d.h. dass 30 sowohl durch 2, als auch durch 3, als auch durch 5 teilbar ist, und somit in allen drei Ereignismengen enthalten ist.

Durch einfaches Abzählen findet sich die Lösung: $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = \frac{22}{30} = \frac{11}{15} \approx 73\%$.

Ähnlich der Regel für zwei Ereignisse die Oder-verknüpft sind, lässt sich anhand dieses Beispiels folgende allgemeine Regel für 3 Oder-Ereignisse formulieren:

b) $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) - P(E_1 \cap E_2) - P(E_1 \cap E_3) - P(E_2 \cap E_3) + P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)$

Aus dieser neuen allgemeinen Regel folgt die alte allgemeine Regel für zwei Ereignisse, wenn $E_3 = \{\}$ die leere Menge ist, so dass nur $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ übrig bleibt.

Setzen wir in die neue allgemeine Regel ein ergibt sich auch rechnerisch das durch Abzählen gewonnene Ergebnis: $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) - P(E_1 \cap E_2) - P(E_1 \cap E_3) - P(E_2 \cap E_3) + P(E_1 \cap E_2 \cap E_3) = \frac{15}{30} + \frac{10}{30} + \frac{6}{30} - \frac{5}{30} - \frac{3}{30} - \frac{2}{30} + \frac{1}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$

Dieses Ergebnis erhält man auch, wenn man das Gegenereignis $\overline{E_1 \cup E_2 \cup E_3}$ = „weder durch 2 noch durch 3 noch durch 5 teilbar“ ermittelt und rechnet. $\overline{E_1 \cup E_2 \cup E_3} = \{1; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29\}$, $P(\overline{E_1 \cup E_2 \cup E_3}) = 1 - P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = 1 - \frac{8}{30} = \frac{11}{15} \approx 73\%$.