Mathematik • Torsten Warncke

Analysis — Lösung Steckbriefaufgaben

Die mathematische Übersetzung zur Koeffizientenbestimmung

Datum

24. April 2021

Wir gehen für jede der u.g. Aussagen davon aus, dass $f(x)$ eine ganzrationale Funktion 3. Grades (GRF3) sei. ⇒ Ansatz:

$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

$f''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

Aussage	mathematische Übersetzung	**Gleichung(en)**
$P(-1\|3)$ ist Punkt des Graphen.	$f(-1) = 3$	$a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 + c \cdot (-1) +$
		$+d = 3$
		$-a + b - c + d = 3$
Der Graph geht durch $P(2\|2)$.		$8a + 4b + 2c + d = 2$
Bei $x = 5$ liegt ein Hochpunkt.	$f'(5) = 0$	$75a + 10b + c = 0$
	$f(2) = 3$	$8a + 4b + 2c + d = 3$
$Q(2\|3)$ ist Wendepunkt, die	$f''(2) = 0$	$12a + 2b = 0$
Wendetangente hat die Steigung 3.	$f'(2) = 3$	$12a + 4b + c = 3$
		$2b + c = 3$
Der Graph berührt bei $x = 3$ die	$f(3) = 0$	$27a + 9b + 3c + d = 0$
x-Achse.	$(f'(3) = 0)$	$(27a + 6b + c = 0)$
Bei $x = -4$ ist eine Nullstelle.		$-64a + 16b - 4c + d = 0$
Der Graph geht durch den Ursprung.		$d = 0$
Die Funktion ist punktsymmetrisch	$f(x) = -f(-x)$	$b = 0$
zum Ursprung.	$\Rightarrow f(x) = ax^3 + cx$	$d = 0$
Der Graph schneidet die x-Achse		$8a + 4b + 2c + d = 0$
bei $x = 2$ mit der Steigung -3.		$12a + 4b + c = -3$
Im Schnittpunkt mit der y-Achse hat		$c = 0$
der Graph eine waagerechte Tangente.		
		$8a + 4b + 2c + d = 1$
Bei $P(2\|1)$ ist ein Sattelpunkt.		$12a + 4b + c = 0$
		$12a + 2b = 0$
Die Gleichung der Tangente in $P(4\|14)$	$f(4) = 14$	$64a + 16b + 4c + d = 14$
heißt $t(x) = 3 \cdot x + 2$	$f'(4) = 3$	$48a + 8b + c = 3$