1 Die Funktionsgleichung für Geraden

Lineare Funktionen können mittels drei Formen durch Funktionsgleichungen beschrieben werden: Normalform (NF), Punkt-Steigungsform (PmF) und Zwei-Punkte-Form (2PF).

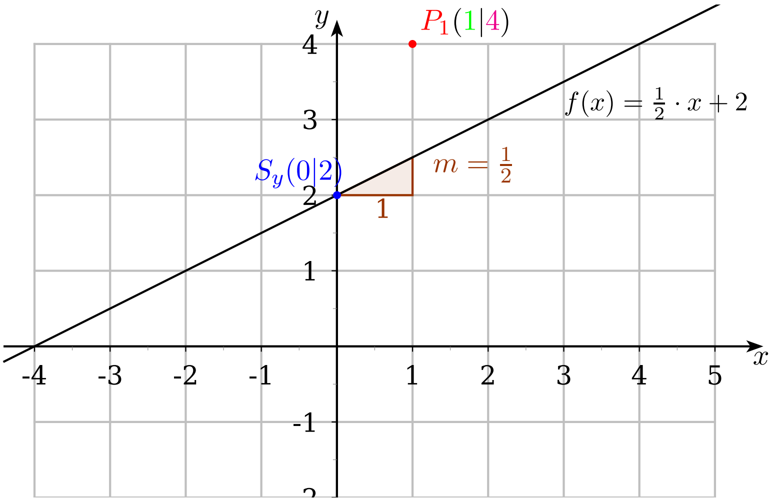
Bestimme die Funktionsgleichung der linearen Funktion

	Normalform (NF)	Punkt-Steigungsform (PmF)	Zwei-Punkte-Form (2PF)
Gegeben:	Steigung m Schnittpunkt mit der y-Achse $S_y(0\|b)$	Punkt $P_1(x_1\|y_1)$ Steigung m	1. Punkt $P_1(x_1\|y_1)$ 2. Punkt $P_2(x_2\|y_2)$
Beispiel:	$m=\frac{1}{2}, b=2$	$P_1(-0{,}5 \mid 2{,}75)$, $m=-\frac{2}{3}$	$P_1(-1{,}5 \mid -2{,}5)$, $P_2(2 \mid -0{,}5)$
Allgm. Vorgehen:	Normalform benutzen $y=mx+b$	Punkt-Steigungsform benutzen und ggf. zur NF umstellen. Hierzu Koordinaten x_1,y_1 von P_1 einsetzen: $f(x_1)=y_1$	Zwei-Punkte-Form benutzen und ggf. zur NF umstellen. Hierzu Koordinaten x_1,y_1,x_2,y_2 einsetzen. Differenzenquotient $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ als Steigung m interpretieren.
Konkrete Schritte:	1. $m=\frac{1}{2}$ in NF einsetzen $f(x)=\frac{1}{2}\cdot x+b$ 2. $b=2$ bzw. S_y einsetzen $f(x)=\frac{1}{2}\cdot x+2$ fertig	1. $m=-\frac{2}{3}$ in PmF einsetzen $y-y_1=-\frac{2}{3}\cdot(x-x_1)$ 2. P_1 in PmF einsetzen $y-2{,}75=-\frac{2}{3}\cdot(x+0{,}5)$ fertig 3. Falls gewünscht auf NF bringen $y=-\frac{2}{3}\cdot x-\frac{2}{3}\cdot 0{,}5+2{,}75$ $y=-\frac{2}{3}\cdot x+2\frac{5}{12}$	1. P_1 in 2PF einsetzen $y=\frac{y_2+2{,}5}{x_2+1{,}5}\cdot(x+1{,}5)-2{,}5$ 2. P_2 in 2PF einsetzen $y=\frac{-0{,}5+2{,}5}{2+1{,}5}\cdot(x+1{,}5)-2{,}5$ 3. Differenzenquotient ausrechnen $y=\frac{2}{3{,}5}\cdot(x+1{,}5)-2{,}5$ $y=\frac{4}{7}\cdot(x+1{,}5)-2{,}5$ fertig 4. Falls gewünscht auf NF bringen $y=\frac{4}{7}\cdot x+\frac{4}{7}\cdot 1{,}5-2{,}5$ $y=\frac{4}{7}\cdot x-1\frac{9}{14}$
Ergebnis in NF:	$f(x)=\frac{1}{2}\cdot x+2$	$f(x)=-\frac{2}{3}\cdot x+2\frac{5}{12}$	$f(x)=\frac{4}{7}\cdot x-1\frac{9}{14}$

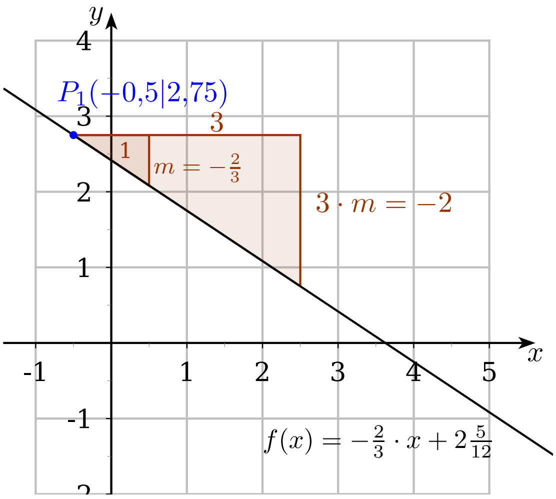
2 Lineare Funktionsgleichung – Probe

Neben der vorangestellten Rechnung ist es zumindest für Kontrollzwecke nützlich, eine **Punktprobe** durchzuführen, d.h. z.B. zu überprüfen, ob $P_1(x_1|y_1)$ ein Punkt des Graphen mit der erhaltenen Funktionsgleichung ist, oder den Sachverhalt graphisch im Koordinatensystem darzustellen.

1.) Normalform (NF) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x + 2$
Ist $P_1(1|4)$ ein Punkt der Geraden? Wir setzen $x_1 = 1$ in die Funktionsgleichung ein: $f(x_1) = \frac{1}{2} \cdot 1 + 2 = 2{,}5$. Dann vergleichen wir und sehen, dass $f(x_1) \neq y_1$, also $2{,}5 \neq 4$. Somit ist ein möglicher Antwortsatz: Nein, P_1 ist kein Punkt der Geraden (s.a. Diagramm rechts).



2.) Punkt-Steigungsform (PmF)
$y - 2{,}75 = -\frac{2}{3} \cdot (x + 0{,}5)$
Ja, $P_1(-0{,}5|2{,}75)$ ist ein Punkt der Geraden (s. Diagramm oder Einsetzen und Vergleich, analog zu 1. NF).



3.) Zwei-Punkte-Form (2PF)
$y = \frac{-0{,}5+2{,}5}{2+1{,}5} \cdot (x + 1{,}5) - 2{,}5$
$y = \frac{4}{7} \cdot (x + 1{,}5) - 2{,}5$
Ja, $P_1(-1{,}5 \mid -2{,}5)$ ist ein Punkt der Geraden (s. Diagramm oder Einsetzen und Vergleich, analog zu 1. NF).