1 Funktionen

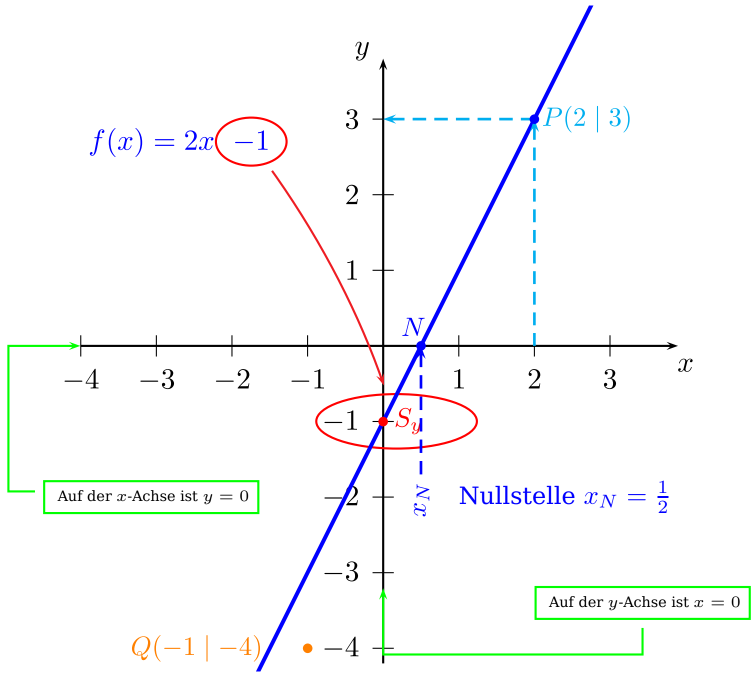
Wesentliches Kennzeichen einer Funktion ist: Zu jedem x-Wert gehört **genau** ein y-Wert. Meistens gibt es eine Funktionsgleichung (eine Formel), die angibt, wie man zu einem gegebenen x-Wert den zugehörigen y-Wert (Funktionswert) berechnet, z.B. $y = \underbrace{2 \cdot x - 1}_{\text{Funktionsterm}}$

y ist also eine Funktion von x, Bezeichnung $f(x)$.

Durch Einsetzen einiger x-Werte berechnet man eine Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-3	-1	1	3

Die Wertepaare (x-Wert; zugehöriger y-Wert), z.B. (-2;-5) usw., stellt man in einem Koordinatensystem als Punkte, z.B. $(-2 \mid -5)$ dar: Der Funktionsgraph besteht aus allen Punkten $(x \mid y)$, für die die Gleichung $y = 2x - 1$ gilt.



Wichtig:

- x-Wert gegeben (z.B. $x = 2$), y-Wert gesucht (gestrichelte Linie in der Farbe cyan im Bild oben): x einsetzen in die Funktionsgleichung, $x = 2$, y mit Funktionsgleichung berechnen: $y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$, oder aus dem Funktionsgraphen ablesen (bei $x = 2$ hoch zum Graphen, vom Punkt des Graphen links zur y-Achse zum gesuchten Funktionswert $y = 3$).
- y-Wert gegeben (z.B. $y = 4$), x-Wert gesucht (Bild rechts): Einsetzen von $y = 4$ in die Funktionsgleichung und Auflösen nach x, $4 = 2x - 1 \Rightarrow x = 2{,}5$
- Den Schnittpunkt mit der y-Achse sieht man sofort (Die y-Achse sind Punkte mit $x = 0$, also Einsetzen von $x = 0$) $\Rightarrow \quad S_y = (0 \mid -1)$ (in roter Farbe im obigen Bild).
- Schnittpunkte mit der x-Achse heißen Nullstellen (Die x-Achse sind Punkte mit $y = 0$, also Einsetzen von $y = 0$ in die Funktionsgleichung): $0 = 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ (blauer Punkt N auf der x-Achse im obigen Bild).
- Ob ein gegebener Punkt Q (z.B. $(-1 \mid -4)$) auf dem Graphen liegt, sieht man durch Einsetzen des x-Werts in den Funktionsterm $2x - 1$: $2 \cdot (-1) - 1 = -3 \neq -4$, Q liegt also nicht auf der Geraden, sondern unterhalb der Geraden (oranger Punkt Q im obigen Bild).

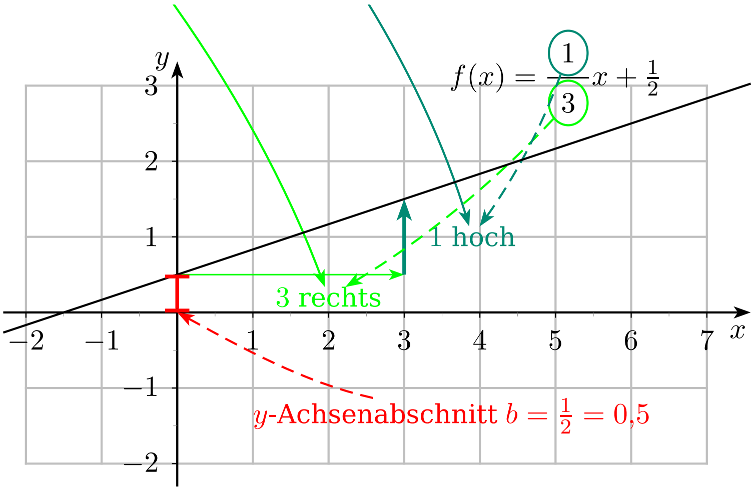
Unsere Funktion $f(x) = 2x - 1$ ist ein Beispiel für Lineare Funktionen. Diese haben immer eine Gleichung von der Form $y = mx + b$ (man kann auch $f(x) = a_1 \cdot x + a_0$ schreiben). Genaueres hierzu findest Du in `http://www.warncke-family.de/g11a/lin_funkt.pdf`. Wichtig sind in jedem Fall die Begriffe: Steigung m und der y-Achsenabschnitt b. Je größer die Steigung m ist, desto steiler steigt der Graph an, ist die Steigung negativ, z.B. $m = -2$, dann fällt der Graph der Funktion (es geht von links nach rechts „bergab").

Die Steigung kann auch durch einen Bruch gegeben werden, z.B.

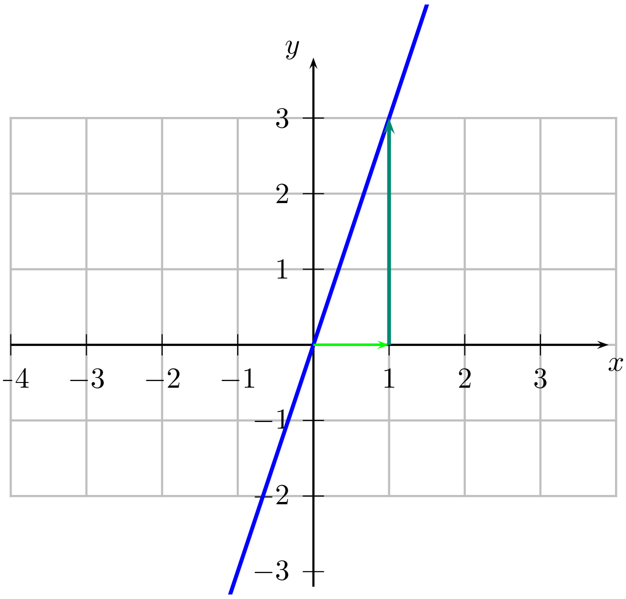
$$f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$$

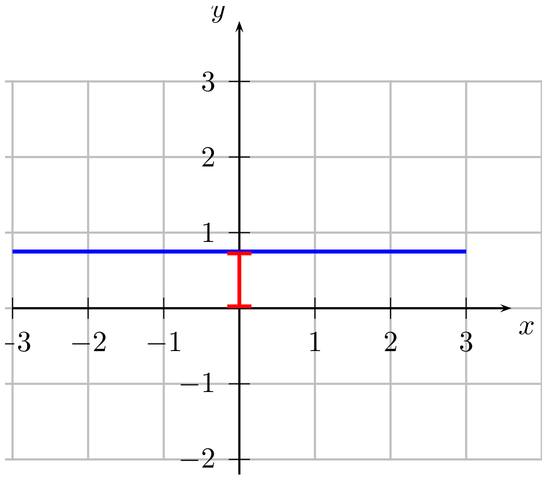
Die Zahl, die „alleine ohne x" da steht (das Absolutglied, die Konstante, hier $\frac{1}{2}$), ist der y-Achsenabschnitt und zeigt, wo die Gerade die y-Achse schneidet (Einsetzen von $x = 0$, vgl. Bild oben und unten, Hinweise in rot).

Die Zahl, die „bei x dabei steht" (der Koeffizient von x, hier $\frac{1}{3}$), ist die Steigung. Die Steigung $\frac{1}{3}$ bedeutet: Für je 1 Schritt nach rechts muss man gleichzeitig $\frac{1}{3}$ nach oben gehen, oder bequemer: 3 nach rechts, 1 nach oben (s. Bild unten).



Wenn der y-Achsenabschnitt $b = 0$ ist, also der Schnittpunkt mit der y-Achse im Ursprung $S_y(0|0)$ liegt, haben wir Ursprungsgeraden, die wie der Name schon sagt, durch den Ursprung gehen, s.z.B. $f(x) = 3x$, Bild unten links. Wenn die Steigung $m = 0$ ist, haben wir Parallelen zur x-Achse, die wie der Name schon sagt, parallel zur x-Achse sind, s.z.B. $f(x) = \frac{3}{4}$, Bild unten rechts.





URL dieses Dokumentes ist http://www.warncke-family.de/fos/funktion_01.pdf.