Analysis I FOS 12c

Merkzettel: Terminologie

Datum
7. September 2008

Mathematische Grundbegriffe:	
Punkt	ist die kleinste Einheit eines Bildes, er ist nulldimensional und gewöhnlich mit Koordinaten $P(x\|y)$.
Stelle	ist ein Wert, gewöhnlich auf der x-Achse (im $x-y$-Koordinatensystem).
Intervall	ist die Teilmenge einer Zahlenmenge M, die aus allen Zahlen x besteht, die die folgende Bedingungen erfüllen: $x, a, b \in M$ und $a \leq x \leq b$.
stetig	ist die Funktion f an der Stelle x, wenn der Grenzwert von f an der Stelle x existiert und mit dem Funktionswert an dieser Stelle übereinstimmt, d.h. die Funktion hat keine Sprungstellen oder Lücken.
glatt	ist eine Funktion, die stetig ist und ohne „Ruckel“ ist. Genauer: deren Grenzwert des Differenzenquotienten existiert und links- und rechtsseitig übereinstimmt, d.h. es lässt sich genau eine Tangente in jedem Punkt des Graphen finden.
Tangente	im Punkt P eines Funktionsgraphen ist die Gerade durch P, deren Steigung mit dem Grenzwert der Sekantensteigung übereinstimmt. Die Tangente berührt („tangiert“) eine krumme Kurve in genau einem Punkt, dem so genannten Berührpunkt.

Für die Sekantensteigung:	
Differenz	$h = \Delta x = (x_0 + h) - x_0, \qquad \Delta f = f(x_0 + h) - f(x_0)$
rechtsseitiger Differenzenquotient	$\dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

Für die Tangentensteigung:	
Differenzialquotient	$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \equiv f'(x_0)$
Der Grenzwert des Differenzenquotienten für h gegen 0 heisst Differenzialquotient. Statt Differenzialquotient sagt man auch Ableitung der Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0.	

Das Berechnen des Differenzialquotienten nennt man auch Ableiten oder Differenzieren einer Funktion. Die Ableitungsfunktion f' einer Funktion f, ist diejenige Funktion, die für jeden x-Wert der Ausgangsfunktion f die Steigung an dieser Stelle x angibt. Wichtige Ableitungsregeln sind:

Konstante	$f(x) = a$	$f'(x) = 0$
Summe	$f(x) = g(x) + h(x)$	$f'(x) = g'(x) + h'(x)$
Potenzfunktion	$f(x) = a \cdot x^n$	$f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$