1 Definition: Ganzrationale Funktionen

Eine Funktion heißt **ganzrational**, wenn sie sich auf die Form bringen lässt:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + ... + a_1 x + a_0$$

Diese Form bzw. zumindest den rechten Teil der Gleichung nennt man auch **Polynom**. Die Zahlen a_n bis a_0 heißen **Koeffizienten** des Polynoms (bzw. der ganzrationalen Funktion bzw. der Potenzen x^n bis $x^0 \equiv 1$). Der Koeffizient a_0 heißt Absolutglied, weil er ohne x-Abhängigkeit absolut unveränderlich ist. Er gibt den Wert der Funktion an, wo die y-Achse geschnitten wird („y-Achsenabschnitt“). Die höchste Hochzahl n (der größte Exponent) heißt **Grad** (gelegentlich verwendet man auch den Begriff „Ordnung“). Soweit die Definitionen, wie sie sich auch im LS (S. 20ff.) finden. Einige Beispiele machens deutlicher:

Funktionsbeispiel	Grad	Koeffizienten
$f(x) = 5x^4 - 3x^3 + x - 11$	4	$a_4 = 5$, $a_3 = -3$, $a_2 = 0$, $a_1 = 1$, $a_0 = -11$
$f(x) = -x^7 - x^5 - x^2 - 2x$	7	$a_7 = -1$, $a_6 = 0$, $a_5 = -1$, $a_4 = a_3 = 0$, $a_2 = -1$, $a_1 = -2$, $a_0 = 0$
$f(x) = x^3 - 2x + 23$	3	$a_3 = 1$, $a_2 = 0$, $a_1 = -2$, $a_0 = 23$
$f(x) = (x^2 - 2)^2$	4	$a_4 = 1$, $a_3 = 0$, $a_2 = -4$, $a_1 = 0$, $a_0 = 4$, wie sich leicht durch Ausmultiplizieren bzw. dem 2. Binomischen Satz zeigen lässt.

2 Von Daten zur Funktion

Die Wertetabellen gehören jeweils zu einer ganzrationalen Funktion. Finde zu den Daten eine passende Funktionsgleichung.

1.

x	1	2	3	4
y	1	8	27	64

2.

x	1	2	3	4
y	5	6	7	8

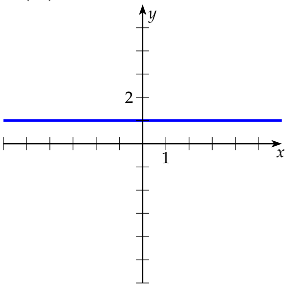
3.

x	1	2	3	4
y	2	5	10	17

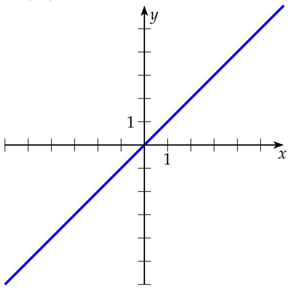
3 Bekannte Funktionen?

Oft werden die folgenden skizzierten Funktionen bereits in der Sek. I behandelt. Gib jeweils die Funktionsgleichung an und ob es sich um eine ganzrationale Funktion handelt:

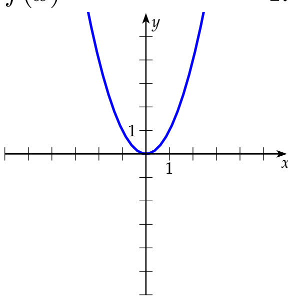
1. $f(x) =$



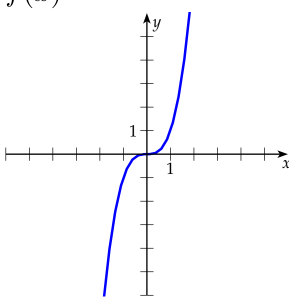
2. $f(x) =$



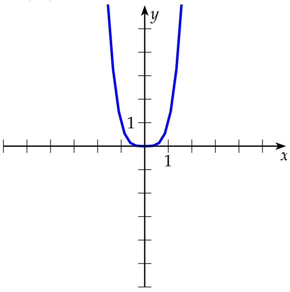
3. $f(x) =$



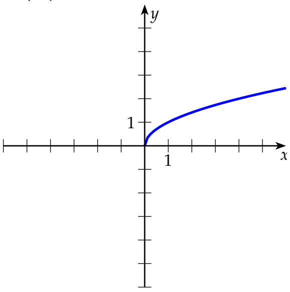
4. $f(x) =$



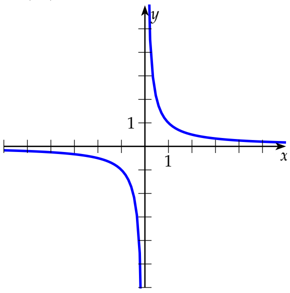
5. $f(x) =$



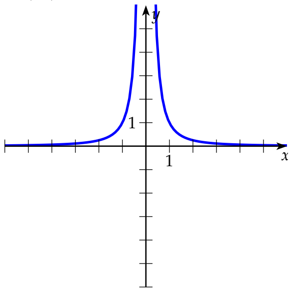
6. $f(x) =$



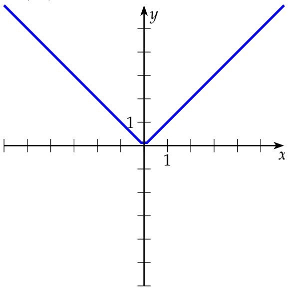
7. $f(x) =$



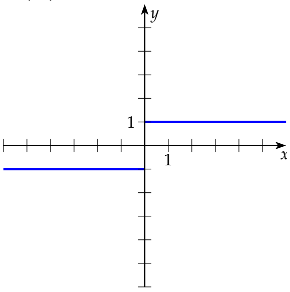
8. $f(x) =$



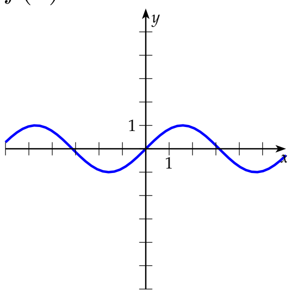
9. $f(x) =$



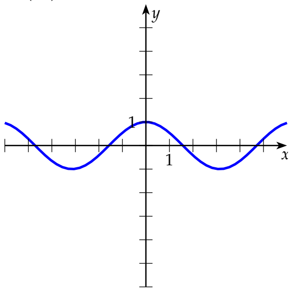
10. $f(x) =$



11. $f(x) =$



12. $f(x) =$



4 Zusatzaufgaben

- Gib für jede Funktion die maximale Definitionsmenge und die zugehörige Wertemenge an.
- Kann der Graph im abgebildeten Bereich ohne Absetzen des Stiftes gezeichnet werden (stetige Funktion)?
- Ist die Funktion monoton steigend?
- Liegt Symmetrie zum Ursprung (0PS) oder zur $y-$Achse (YAS) vor? Wenn ja, welche Eigenschaften haben dann die Hochzahlen der Funktion?
- Wie ist das Verhalten der Funktion „im Unendlichen“, d.h. für $x \to -\infty$ („links“) bzw. für $x \to \infty$ („rechts“)?

Die Funktionsskizzen sollen u.a. zu sin, cos, Betrags- und Vorzeichenfunktion, Hyperbel, x^4 und $\frac{1}{x^2}$ gehören.