MATHEMATIK • TORSTEN WARNCKE • SCHULZENTRUM NEUSTADT

| | |
|---|---|
| **FOS 12c — 1. Klassenarbeit 1. Hj. 08/09** | *Datum* |
| MUSTERLÖSUNG — Ableitungen | *01.10.2008* |

## 1 Bilden Sie die 1., 2. und 3. Ableitung

a) $f(x) = 3 \cdot x^7 - 5 \cdot x^6 + 2 \cdot x^5 - 11 \cdot x^3$
$f'(x) = 21 \cdot x^6 - 30 \cdot x^5 + 10 \cdot x^4 - 33 \cdot x^2$ $\quad f''(x) = 126 \cdot x^5 - 150 \cdot x^4 + 40 \cdot x^3 - 66 \cdot x$
$f'''(x) = 630 \cdot x^4 - 600 \cdot x^3 + 120 \cdot x^2 - 66$
b) $f(x) = 3\frac{1}{2} \cdot x^3 + \frac{3}{4} \cdot x^2 - x^{-2}$
$f'(x) = 10{,}5 \cdot x^2 + 1{,}5 \cdot x + 2 \cdot x^{-2}$ $\quad f''(x) = 21 \cdot x + 1{,}5 - 6x^{-3}$ $\quad f'''(x) = 21 + 24 \cdot x^{-4}$
c) $f(x) = e^{2x} + x^{\frac{1}{2}}$
$f'(x) = 2 \cdot e^{2x} + \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}$ $\quad f''(x) = 4 \cdot e^{2x} - \frac{1}{4} \cdot x^{-\frac{3}{2}}$ $\quad f'''(x) = 8 \cdot e^{2x} + \frac{3}{8} \cdot x^{-\frac{5}{2}}$

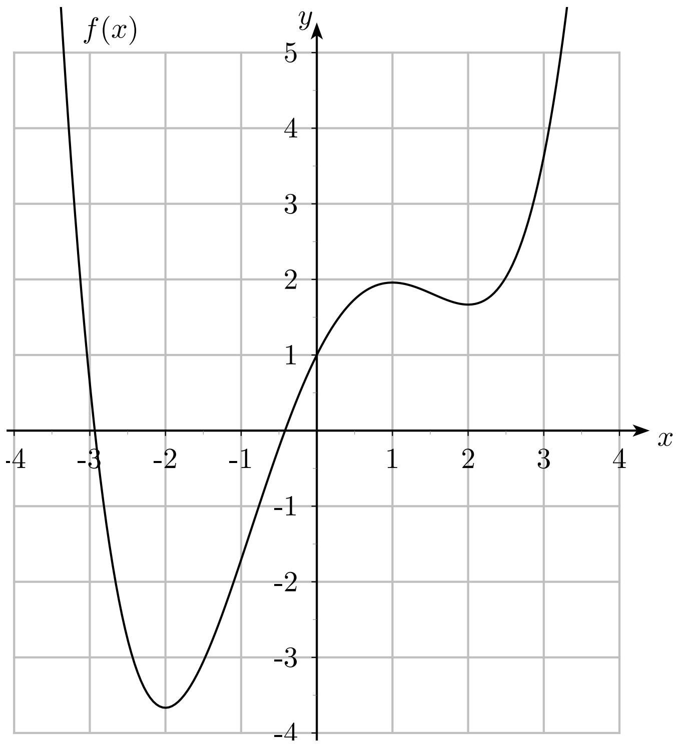
## 2 Bilden Sie zu jeder Funktion nacheinander Ableitungen...

a) $f(x) = (x+1)^4$ $\quad f'(x) = 4 \cdot (x+1)^3$ $\quad f''(x) = 12 \cdot (x+1)^2$ $\quad f'''(x) = 24 \cdot (x+1)$
$f^{(4)}(x) = 24$ $\quad f^{(5)}(x) = 0$
b) $f(x) = (2 \cdot x - 4)^3$ $\quad f'(x) = 6 \cdot (2 \cdot x - 4)^2$ $\quad f''(x) = 24 \cdot (2 \cdot x - 4)$ $\quad f'''(x) = 48$ $\quad f^{(4)}(x) = 0$
c) $f(x) = (x+2) \cdot (x^2+2x)$ $\quad f'(x) = 3x^2+8x+4$ $\quad f''(x) = 6x+8$ $\quad f'''(x) = 6$ $\quad f^{(4)}(x) = 0$

## 3 $f(x) = -\frac{1}{6} \cdot x^3 + x^2$. Bestimmen Sie die Tangente im Punkt $P(2|\frac{8}{3})$

$f'(2) = 2 = m$, $t(2) = 2 \cdot 2 + b = \frac{8}{3} \Rightarrow b = -\frac{4}{3}$
Also lautet die Funktionsgleichung der Tangente $t(x) = 2 \cdot x - \frac{4}{3}$.

## 4 Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{8} \cdot x^4 - \frac{1}{6} \cdot x^3 - x^2 + 2 \cdot x + 1$




a) Welcher der Graphen a bis d gibt die erste Ableitung $f'(x)$ wieder? Antwort ist Grafik a.
b) Welcher der Graphen a bis d gibt die zweite Ableitung $f''(x)$ wieder? Antwort ist Grafik c.
Die Antworten ergeben sich leicht, wenn man (z.B. mittels Hilfslinien) erkennt, dass an den Stellen $\mp 2$ Minima sind und bei 1 ein Maximum ist. Außerdem lässt sich $f(x)$ leicht ableiten, so dass man als $y$-Achsenabschnitt $b = 2$ für $f'$ und $b = -2$ für $f''$ errechnet.